Дальнейшая цивилизация общества требует решения всё более сложных задач. Это неизбежно приводит к лавинообразному росту сложности алгоритмов решения этих задач, программного обеспечения и самих СВТ. Сложность алгоритмов и программ решения задач – неизбежный источник ошибок вычислений. Кроме того, наши первичные измерения любых величин, данных, которые вводятся в вычислительные средства, содержат погрешности. Например, константы π и e в компьютере, на котором набран данный текст, представлены после запятой всего лишь 32 цифровыми знаками. В результате этого мы вынуждены обращать внимание на точность вычислений и наряду с надёжностью техники заниматься надёжностью вычислений.

Современная теория и практика надёжности ПО (точнее, надёжности функционирования программно-управляемых вычислительных средств, действие которых немыслимо без программ) основана на вероятностном подходе, использующем статистические данные об ошибках (исходных данных, самих программ, техники, человека-оператора). Она использует ряд моделей и методов исследования надёжности ПО. Однако возможности такого подхода весьма ограничены из-за статистических данных об ошибках программ. И следует отметить, что этот статистический дефицит ошибок по мере совершенствования элементной базы, техники и качества программ, с ростом автоматизации будет всё более сказываться. Но это не означает, что с ошибками программ будет покончено.

Любое вычисление связано с определённой точностью. Чем сложнее вычисление, тем меньше его точность. Сложное вычисление складывается из простых, малых вычислений. Сложная программа состоит из большого количества элементарных вычислений-операторов. Конкретная реализация траектории вычислений обладает определённой точностью, обусловленной составом, точностью операторов, точностью округления результата каждого оператора, а конечный результат вычислений по точности должен находиться в определённом поле допуска.

Цель данного раздела – обратить внимание исследователей на точностной аспект сложных вычислений, показать элементарным анализом, как изменяется точность вычислений в зависимости от сложности программы, определив вероятность возникновения ошибки в простейшей, гипотетической программе, и поставить задачу исследования на точность всех базовых операторов, из которых составляются сложные программы.

Простейший линейный оператор. Рассмотрим свойства оператора

$$Y = K \cdot X\ . \qquad (10.1)$$

Для простоты исследования положим, что величина X детерминированная, а константа K – случайная величина с плотностью распределения

$$f_K(k), a \le k \le b\ . \qquad (10.2)$$

Найдём плотность распределения случайной величины Y :

$$f_Y(y) = 1/x \cdot f_K(y/x), xa \le y \le xb\ . \qquad (10.3)$$

Предположим, что точность величины K определена или задана как

$$K \le |\Delta_K| \text{ или } -\Delta_K \le K \le \Delta_K\ . \qquad (10.4)$$

Тогда в вычисления вносится ошибка из-за случайности величины K . Вероятность возникновения такой ошибки равна:

$$P_K(\Delta_K) = 1 - \int_{\bar{k}-\Delta_K}^{\bar{k}+\Delta_K} f_K(u)du\ , \qquad (10.5)$$

где $\bar{k}$ – математическое ожидание величины K . Пусть, например,

$$f_K(k) = \begin{cases} 1/(b-a), a \le k \le b, \\ 0, k < a, k > b. \end{cases} \qquad (10.6)$$

Из (10.1) найдём

$$P_K(\Delta_K) = 1 - 2\Delta_K/(b-a)\ .$$

При $\Delta_K = 0$ вероятность ошибки равна единице, а при $\Delta_K = (b - a) / 2$ – нулю, что и следовало ожидать.

Поступая подобным образом, найдём вероятность появления ошибки в выходной величине Y, если пределы точности её заданы величиной $|\Delta_Y|$:

$$P_Y(\Delta_Y) = \int_{\bar{k}x-\Delta_Y}^{\bar{k}x+\Delta_Y} 1/xf(u/x)du\ , \qquad (10.7)$$

в частности, при равномерном распределении величины K (10.5) найдём:

$$P_Y(\Delta_Y) = 1 - 2\Delta_Y/x(b-a)\ . \qquad (10.8)$$

В дальнейшем предполагаем, что $\Delta_Y = \Delta_K$, то есть точность выходной величины Y равна точности представления величины K. Сравним (10.4) и (10.8), вводя их отношение, при равномерной плотности:

$$G(\Delta_K) = \frac{P_Y(\Delta_K)}{P_K(\Delta_K)} = \frac{x - \dfrac{2\Delta_K}{(b-a)}}{1 - \dfrac{2\Delta_K}{(b-a)}}. \tag{10.9}$$

Из (10.9) следует, что только при $x = 1$ вероятности обеих ошибок одинаковы. Если $x > 1$, то вероятность ошибки на выходе оператора больше, чем вероятность ошибки константы K, и это преобладание будет увеличиваться тем больше, чем будет больше диапазон предела точности Δ_K. С увеличением x степень этого возрастания будет увеличиваться. Отсюда следует вывод: при оговоренных условиях простейший линейный оператор со случайным передаточным коэффициентом увеличивает вероятность ошибки в выходной величине. Это справедливо и в отношении влияния на Y величины X, когда она становится случайной. Однако совместное влияние погрешностей, K, X на Y здесь рассматривать не будем.

Если $x < 1$, отношение $G(\Delta_K)$ с увеличением Δ_K уменьшается, беря своё начало по-прежнему с x при $\Delta_K = 0$.

Рассмотрим информационное свойство данного оператора. Энтропия случайной величины K будет равна $H_K = \ln(b-a)$, а энтропия случайной величины Y – $H_Y = \ln[x(b-a)]$. Введём и найдём передаточную функцию оператора по энтропии:

$$W_Y = H_Y / H_K = 1 + \ln x / \ln(b-a). \tag{10.10}$$

Из данной формулы следует, что неопределённость значений выходной переменной Y по отношению к неопределённости K возрастает при $x > 1$ и убывает при $x < 1$. Если определить приращение количества информации на выходе оператора по отношению ко входу, то будем иметь [63]:

$$I_Y = H_K - H_Y = -\ln \mathrm{I}|dy/dk| = -\ln x, \tag{10.11}$$

где $\mathrm{I}|dy/dk|$ – якобиан преобразования. Из формулы (10.11) следует, что при $x > 1$ приращение количества информации отрицательно, а при $x < 1$ – положительно, что согласуется с (10.10).

В большинстве литературных источников утверждается, что количество информации не может быть отрицательным. Однако это не согласуется с рядом источников, например [28], в котором под количеством информации понимается величина

$$I = \ln(P_A / P_B),, \tag{10.12}$$

где P_A, P_B – вероятности наступления события после опыта и до опыта (апостериорная и априорная информации). И если апостериорная вероятность меньше априорной, то количество информации отрицательно. Следует заметить, что в работе [62] выражение (10.12) понимается как не количество информации, а её ценность.

Мы будем придерживаться определения (10.12) и в качестве оправдания этого факта рассмотрим два «полярных» распределения вероятностей: δ-функцию и равномерную плотность, определённую на интервале $[0, \infty)$. Тогда энтропия и, соответственно, количество информации могут принимать значения в интервале $(-\infty, \infty)$. И если под количеством информации понимать меру снятой неопределённости, то можно утверждать, что количество информации для непрерывных распределений может быть и отрицательным.

Найдём величину энтропии на входе и выходе оператора Y:

$$\begin{aligned} H_K &= -(\alpha \ln \alpha + (1-\alpha)\ln(1-\alpha)), \\ H_Y &= -(\alpha/x \ln(\alpha/x) + (1-\alpha/x)\ln(1-\alpha/x)), \end{aligned} \tag{10.13}$$

где $\alpha = 2\Delta_K/(b-a)$. Считаем, что в нашем случае это достаточно малая величина. Воспользуемся формулами (10.10) и (10.11), подставляя в них соотношения (10.13). Получим при $x > 1$ $W_Y < 1$, и тем меньше, чем больше x. В этом случае $I_Y > 0$ и тем больше, чем больше x. При $x < 1$ $W_Y > 1$, и тем больше, чем меньше x. А величина $I_Y < 0$ и тем меньше, чем меньше x. На наш взгляд, это и соответствует реальной действительности. В первом случае, когда $x > 1$, оператор снижает неопределённость результата, а во втором случае, когда $x < 1$, увеличивает её. Погрешность K при большом значении x менее значима для Y, напротив, при малом значении x она становится более значимой для Y и может стать даже соизмеримой с Y. Здесь всюду под x понимается значение переменной X оператора Y, как аргумент функции.

Нетрудно представить и тот факт, что если имеем два последовательно действующих оператора

$$Y_2 = K_2 Y_1, Y_1 = K_1 X, \tag{10.14}$$

то при случайных величинах K_1, K_2 описанные выше точностной и информационный эффекты будут усиливаться.

Простейшая сложная программа. Реальная программа достаточно сложного вычислительного процесса может быть представлена в виде графа $\Gamma(v,d,P,R)$, где v – множество вершин (операторов), d – множество дуг (переходов между операторами), P – множество вероятностей реализации операторов, R – множество вероятностей переходов между вершинами. При определённых значениях исходных данных на входах графа, значениях констант операторов может существовать на графе одна и только одна траектория следования вычислительного процесса. В каждой вершине графа происходит выбор следующей вершины, к которой будет осуществляться переход процесса. Этот выбор определяется выполнением или невыполнением предикатного условия, свойственного только данной вершине. Весь процесс вычислений происходит во времени.

Провести анализ точностного и информационного свойств для сложных программ, описываемых подобными графами, не представляется возможным. Поэтому рассмотрим одну простейшую сложную гипотетическую программу. Такая программа будет содержать n однотипных линейных операторов, рассмотренных в предыдущем разделе главы, последовательно реализуемых от начала процесса до его окончания. Полагаем, что результат вычислений будет получен только тогда, когда все n операторов вида $Y = K \cdot X$ один за другим будут реализованы. При этом результат вычислений предшествующего оператора является значением входной переменной для следующего оператора.

У всех операторов коэффициенты K_i, $i = 1, 2, \dots, n$, случайны, подчинены одному и тому же распределению. Но при реализации каждого элементарного оператора выбор значения константы K_i производится заново, независимо от выбора значений её предшественников. Таким образом, наша задача анализа свойства программы сводится к суммированию ошибок всех ораторов, составляющих программу. В реальных программах каждый элементарный оператор имеет свои константы, по точности характеризуемые своими распределениями. Однако в подобном виде решение задачи анализа будет математически весьма громоздким. Нам же необходимо получить общие, принципиальные выводы о свойстве сложной программы.

Согласно работе [29] «вероятность того, что при сложении большого числа приближённых чисел, округлённых по обычному правилу, ошибки не накапливаются, а, напротив, компенсируются», достаточно велика.

Но мы подойдём к суммированию случайных величин опять с той же позиции, которая предусматривает изучение плотности вероятности суммы случайных величин, определения вероятности ошибки при суммировании, если пределы точности слагаемых и результата одинаковы. По-прежнему полагаем, что они одинаковы и равны Δ.

Суммируя n случайных величин с плотностью вероятности (10.2), в преобразовании Лапласа получаем:

$$f_Y^*(sx), \tag{10.15}$$

$$[f_Y^*(sx)]^n. \tag{10.16}$$

Из (10.16) найдём математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации выходного значения программы:

$$\nu_n = nx\nu_K, \sigma_n = \sqrt{n}x\sigma_K, \eta_K = \frac{1}{\sqrt{n}}\eta_K, \tag{10.17}$$

где ν_K, σ_K, η_K –математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение и коэффициент вариации коэффициента передачи K каждого отдельного оператора.

Для аппроксимации плотности вероятности результата реализации программы воспользуемся нормальным распределением с параметрами (10.17). Найдём вероятность ошибки программы в зависимости от её сложности:

$$P_Y(n) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi n}x\sigma_K}\int_{nx-\Delta}^{nx+\Delta} e^{-\frac{(u-nx\nu_K)^2}{2n^2\sigma_K^2}}du. \tag{10.18}$$

Для большей наглядности рассмотрим простой численный, достаточно грубый пример: $x = 5$, $\nu_K = 3$, $\sigma_K = 0{,}5$, $\Delta = 50$. Получим при значениях $n = 10,\ 20,\ 30,\ 40$: $P_Y(10) = 7{,}827 \cdot 10^{-4}$; $P_Y(20) = 0{,}500$; $P_Y(30) = 0{,}966$; $P_Y(40) = 0{,}999$.

Несмотря на грубость примера, он достаточно наглядно поясняет сущность изучаемого вопроса, показывая, как быстро растёт вероятность ошибки программы в зависимости от её сложности.

Решение задач в компьютере производится, казалось бы, с весьма высокой точностью $(10^{-15}, 10^{-30})$, но и это не изменяет высказанного утверждения о росте вероятности получения ошибочного результата от сложности программы. Кроме того, утверждение усугубляется и тем, что переменные задачи представляются также приближённо, приближёнными являются округления вычислений, реализации условных переходов, которые в совокупности также приводят к накапливанию величины ошибки результата.

Что касается информационных свойств программы, то они сохраняются в основном такими же, как и у рассмотренного до этого элементарного оператора.

Программа построения точностной теории надёжности. В настоящее время основными факторами, определяющими надёжность ПО, считаются человеческий фактор, ошибки данных, программные ошибки, отказы техники [24]. Используются аналитические, статистические методы оценивания и методы моделирования. Несомненно, это очень важно и даёт определённые положительные результаты для повышения надёжности ПО.

Но если мы хотим защитить от ошибок ПО дорогостоящие объекты гражданского и военного назначения, необходимо уделять больше внимания аспекту точности вычислений из-за неопределённости величин их компонентов.

Классическая теория надёжности технических систем использовала метод расчленения сложных объектов на элементы расчёта. При этом надёжность элементов рассчитывалась в основном с помощью справочников, в которых приводились значения интенсивностей отказов элементов. Затем оценивалась надёжность объекта, и принимались меры по её повышению.

На наш взгляд, для обеспечения надёжности функционирования сложных программных комплексов необходимо идти по подобному пути и придерживаться следующей программы действий.

1. Определять основные простейшие операторы, из которых составляются программы вычислений.
2. Более ответственно и скрупулёзно изучать точность представления различных величин операторов.
3. Исследовать точностные характеристики операторов при полученных распределениях этих величин.
4. Интенсивнее развивать модели исследования точностных свойств элементарных операторов.
5. Составлять справочники по результатам исследования операторов, в которых приводить инженерные рекомендации по практическому оцениванию точности операторов.
6. Разрабатывать точностные модели сложных программ на основе объединения элементарных операторов. Для этого можно использовать разработанные графоаналитические методы и методы моделирования.
7. При построении сложных программ из отдельных операторов необходимо производить весьма тщательное согласование выходов операторов со входами последующих операторов, а именно - областей их задания. Невыполнение этого условия является источником дополнительных ошибок и потерь информации в процессе вычислений [47, 56].

Содержание п. 7 хорошо напоминает о том, как важно согласовывать в многокаскадном электронном усилителе один каскад по выходу со входом следующего каскада. Невыполнение этого требования в граничных областях каскадов приводит к неработоспособности усилителя в, казалось бы, заранее предусмотренной расчётами области изменения параметров усилителя. В ПО этот эффект более скрыт и менее очевиден, поэтому не всегда может быть учтён при его отладке.

Осуществление предложенного подхода к оцениванию и повышению надёжности функционирования ПО требует существенных затрат различного вида. Но, на наш взгляд, его осуществление крайне необходимо. Это обусловлено конечной точностью вычислений современных и будущих компьютеров и другими факторами, из которых наиболее весомым является лавинообразный рост сложности перспективных программ. Другого пути нет, пока не будут созданы компьютеры с избыточностью, позволяющей организовать оперативный контроль и принятие решений в условиях влияния помех различного вида, адаптирующиеся по точности в процессе вычислений. Возврат к классической теории ошибок и дальнейшее её развитие весьма необходимы в интересах информатики и информатизации общества. Такой путь, на наш взгляд, может стать источником новых конструктивных решений как в элементной базе, архитектуре вычислительных средств, так и в программном обеспечении. Он также может стимулировать развитие новых методов численной математики.

10.2 РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ЗАДАЧИ МЕТРОЛОГИИ

Определим вероятность достижения точности в процессе косвенного измерения фазы коэффициента отражения методом направленного ответвителя по наблюдаемым напряжениям в системе «волновод–генератор» при подключении нагрузки к волноводу. Приведенный алгоритм реализуется на компьютере. Выход результата решения задачи за пределы допуска на требуемую точность означает программный отказ вычислительной системы.

Рассмотрим систему, состоящую из волновода и генератора высокочастотных колебаний напряжения. К волноводу подключена нагрузка. Осуществляется измерение фазы коэффициента отражения методом направленного ответвителя [9]. При этом измеряются амплитуды сигналов: падающего, отражённого и суммарного (результат интерференции отражённого и падающего сигналов). Связь между тремя сигналами описывается теоремой косинусов:

$$u_\Sigma^2 = u_1^2 + u_2^2 - 2u_1 u_2 \cos(\varphi - \varphi_0)\,, \qquad (10.19)$$

где u_Σ, u_1, u_2 – амплитуды суммарного, падающего и отражённого сигналов, а φ_0 начальная фаза коэффициента отражения (калибровочная константа прибора).

Величины u_Σ, u_1, u_2 содержат случайные погрешности, то есть являются случайными величинами, характеризуемыми некоторыми распределениями вероятностей. В силу соотношения (10.19) интересующая измерителя величина фазы (угла) φ является также величиной случайной, подчиненной некоторому распределению. Задано требование по точности измерения величины угла $|\Delta_\varphi|$. Требуется определить вероятность того, что в процессе измерения значения величины угла φ погрешность измерения не превысит величины $|\Delta_\varphi|$. Таким образом, задача состоит в отыскании вероятности

$$P_\varphi(\Delta_\varphi) = prob(m_\varphi - \Delta_\varphi \le \varphi \le m_\varphi + \Delta_\varphi)\,, \qquad (10.20)$$

где m_φ, Δ_φ – соответственно математическое ожидание и значение измеренного угла.

Математический алгоритм решения задачи.

По условию задачи требуется найти закон распределения величины угла φ в соответствии с выражением (10.19), а затем воспользоваться этим законом для определения вероятности (10.20).

Из формулы (10.19) следует:

$$\varphi = \varphi_0 + \arccos\left(\frac{u_1^2 + u_2^2 - u_\Sigma^2}{2u_1 u_2}\right). \qquad (10.21)$$

Случайные величины, u_1, u_2, u_Σ, определяются своими плотностями распределений $f_1(u)$, $f_2(u)$, $f_\Sigma(u)$, сосредоточенными на $[0,\infty)$. Предполагаем, что указанные случайные величины в совокупности независимы между собой, а их распределения произвольны и являются гладкими функциями. Используя выражение для распределения произведения двух случайных величин:

$$f_{xy}(z) = \int_0^\infty \left(f_x\left(\frac{z}{u}\right) f_y(u)/u \right) du\,, \qquad (10.22)$$

последовательно найдём плотности распределений соответствующих композиций случайных величин:

$$f_{u_1^2}(z),\ f_{u_2^2}(z),\ f_{u_\Sigma^2}(z),\ f_{u_1u_2}(z),\ f_{2u_1u_2}(z)\,. \qquad (10.23)$$

Далее, согласно формуле (10.21), найдём последовательно плотности вероятностей суммы, разности и частного двух случайных величин:

$$f_{u_1^2+u_2^2}(z),\ f_{u_1^2+u_2^2-u_\Sigma^2}(z),\ f_{(u_1^2+u_2^2-u_\Sigma^2)/2u_1u_2}(z)\,. \qquad (10.24)$$

Окончательно, найдём выражение для плотности распределения случайной величины угла φ:

$$\Psi(\varphi) = -f_{\arccos f}(\cos\varphi)\sin(\varphi). \tag{10.25}$$

Область существования случайной величины φ – интервал $[0, \pi/2)$, а случайной величины $(u_1^2 + u_2^2 - u_\Sigma^2)/2u_1u_2$ – интервал $[0,1]$.

Следуя данному алгоритму, необходимо подставлять последовательно в полученные выражения для плотностей соответствующие исходные данные, начиная с $f_1(u)$, $f_2(u)$, $f_\Sigma(u)$, и до получения окончательного выражения (10.25).

Приведённые формулы в данном разделе для распределений систем случайных величин известны. Они могут быть получены также на основе использования выражений для условной вероятности и дельта-функции Дирака [42].

Получить окончательное выражение при произвольных распределениях исходных данных в компактном виде, очевидно, не представляется возможным. При каком либо конкретном виде распределения эту задачу решить достаточно затруднительно. Поэтому получить численное значение вероятности (10.20) представляется возможным либо методом имитационного моделирования, либо приближенным аналитическим методом с последующим использованием исходных численных данных. В дальнейшем воспользуемся приближённым представлением плотностей вероятностей в виде суммы дельта-функций с вероятностными весами [59].

Гипердельтная аппроксимация распределений

Представим произвольную плотность распределения $f(t)$, определённую на положительной временной оси, приближённо в виде

$$f_a(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i \delta(t - T_i), \tag{10.26}$$

где C_i – вероятности, удовлетворяющие условию $\sum_{i=1}^{n} C_i = 1$, а δ – дельта-функция Дирака. Очевидно, что точность подобного представления будет тем выше, чем больше величина n. Для определения неизвестных постоянных величин C_i, T_i можно воспользоваться методом моментов, когда они у аппроксимируемой плотности вероятности существуют. Если $n > 2$, то указанные постоянные определяются численно. Когда $n = 2$, постоянные можно найти аналитически из следующей системы нелинейных алгебраических уравнений:

$$C_1 + C_2 = 1,\ C_1T_1 + C_2T_2 = 1,$$
$$C_1T_1^2 + C_2T_2^2 = \nu_2,\ C_1T_1^3 + C_2T_2^3 = \nu_3, \tag{10.27}$$

в которой для $i = 1, 2, 3$, ν_i – i-й начальный момент случайной величины, распределённой с плотностью $f(t)$.

Из системы уравнений (10.27) получим:

$$T_{1,2} = \frac{\nu_3 - \nu_2\nu_1 \mp \sqrt{\nu_3^2 - 6\nu_3\nu_2\nu_1 - 3\nu_2^2\nu_1^2 + 4\nu_3\nu_1^3 + 4\nu_2^3}}{2(\nu_2 - \nu_1^2)},$$
$$C_{1,2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3\nu_2\nu_1 - \nu_3 - 2\nu_1^3}{\sqrt{\nu_3^2 - 6\nu_3\nu_2\nu_1 - 3\nu_2^2\nu_1^2 + 4\nu_3\nu_1^3 + 4\nu_2^3}}\right). \tag{10.28}$$

В работе [59] приводятся аналитические значения для постоянных $C_{1,2}$, $T_{1,2}$ для различных распределений вероятностей. Здесь мы ограничимся только указанием этих значений для нормального и равномерного распределений, наиболее удовлетворяющих решению поставленной задачи оценивания. Для нормального распределения имеем:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{2},\ T_1 = a - \sigma, T_2 = a + \sigma, \tag{10.29}$$

где a, σ – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение распределения. Для равномерного распределения

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{a},\ 0 \le t \le a, \\ 0,\ t < 0,\ t > a. \end{cases} \tag{10.30}$$

имеем: $C_1 = C_2 = \frac{1}{2}$, $T_1 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)a$, $T_2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)a$. (10.31)

Выражения (10.29)–(10.31) приводятся потому, что наиболее часто погрешности измерений случайных величин измеряемых технических параметров описываются нормальным или равномерным распределениями.

Рассматриваемая здесь аппроксимация распределений вероятностей при $n > 2$ может быть представлена двумя модификациями: разложением с равными коэффициентами – вероятностями C_i или с кратными интервалами расстояний между дельта-функциями $T_i = iT$, где i – номер интервала между соседними дельта-функциями, $i = 1, 2 \ldots$. Это определяется удобством и точностью представления гипердельтного распределения. Но мы здесь ограничимся только выше приведенным представлением, в котором не фиксируются ни вероятности, ни положения на оси абсцисс дельта-функций. Определим значения математических ожиданий и среднеквадратических отклонений для систем случайных величин, соответствующих формулам (10.23)–(10.25).

Числовые характеристики системы случайных величин и вероятность безошибочного определения величины фазы

В данном разделе приведём выражения для математических ожиданий и среднеквадратических отклонений, соответствующих последовательным отдельным этапам алгоритма предыдущего раздела. Эти выражения получены на основе гипердельтного представления исходных распределений для u_1, u_2, u_Σ ,, при условии, что данные случайные величины распределены нормально. Обозначим математические ожидания (МО) и среднеквадратические отклонения (СКО) плотностей вероятностей $f_1(u)$, $f_2(u)$, $f_3(u)$ соответственно через m_1, σ_1; m_2, σ_2; m_Σ, σ_Σ. Тогда для плотностей вероятностей (10.23) будем иметь следующие выражения для МО и СКО:

$$m_1^2 + \sigma_1^2, 2m_1\sigma_1;\ m_2^2 + \sigma_2^2, 2m_2\sigma_2;\ m_\Sigma^2 + \sigma_\Sigma^2, 2m_\Sigma\sigma_\Sigma;$$

$$m_1 m_2, \sqrt{m_1^2\sigma_2^2 + m_2^2\sigma_1^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2};\ 2m_1 m_2, 2\sqrt{m_1^2\sigma_2^2 + m_2^2\sigma_1^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2}. \tag{10.32}$$

Для числителя и знаменателя $\arccos(\cdot)$ выражения (10.21) соответственно получим следующие выражения для МО и СКО:

$$m_n = m_1^2 + \sigma_1^2 + m_2^2 + \sigma_2^2 - m_\Sigma^2 - \sigma_\Sigma^2,$$

$$\sigma_n = 2(m_1\sigma_1 + m_2\sigma_2); \tag{10.33}$$

$$m_d = m_1 m_2,\ \sigma_d = 2\sqrt{m_1^2\sigma_2^2 + m_2^2\sigma_1^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2}. \tag{10.34}$$

Для того чтобы получить выражения для МО и СКО частного выражения (10.21), запишем гипердельтные представления для плотностей числителя и знаменателя, а затем найдём МО и СКО частного. Плотность вероятности числителя равна:

$$f_n(u) = \frac{1}{2}(\delta(u - m_n + \sigma_n) + \delta(u - m_n - \sigma_n)), \tag{10.35}$$

а плотность вероятности знаменателя можно представить так:

$$f_d(u) = \frac{1}{2}(\delta(u - m_d + \sigma_d) + \delta(u - m_d - \sigma_d)). \tag{10.36}$$

Введём следующие обозначения:

$$T_{n1} = T_n - \sigma_n,\ T_{n2} = m_n + \sigma_n,$$

$$G_{1d} = m_d - \sigma_d,\ G_{2d} = m_d + \sigma_d. \tag{10.37}$$

Тогда для МО частного получим:

$$m_q = \frac{1}{4}\left[(T_{n1} + T_{n2})\left(\frac{1}{C_{1d}^2} + \frac{1}{C_{2d}^2}\right)\right]. \tag{10.38}$$

Второй начальный момент для частного будет равен:

$$v_q = \frac{1}{4}\left[(T_{n1} + T_{n2})\left(\frac{1}{C_{1d}^3} + \frac{1}{C_{2d}^3}\right)\right]. \tag{10.39}$$

Среднеквадратическое отклонение для частного найдём по известной формуле:

$$\sigma_q = \sqrt{\nu_q - m_q^2}. \tag{10.40}$$

Далее, обозначим $\varphi_1(u) = \arccos(u)$, и найдём для случайной величины φ_1 её плотность вероятности. Величина u изменяется в пределах $0 \le u \le 1$, а величина φ_1 – в пределах $\frac{\pi}{2} \ge \varphi_1 \ge 0$.

Данная функция является монотонной, поэтому плотность вероятности может быть представлена выражением:

$$f_{\varphi_1}(\varphi)=\int_0^1 \delta(\varphi-\arccos(z))f_q(z)dz\,, \qquad (10.41)$$

которое после простых преобразований приводится к виду:

$$f_{\varphi_1}(\varphi)=f_q(\cos(\varphi))\sin(\varphi)\,. \qquad (10.42)$$

Величины МО и СКО для этой плотности равны:

$$m_\varphi=\frac{1}{2}(\arccos(m_q-\sigma_q)+\arccos(m_q+\sigma_q))\,,$$

$$\sigma_\varphi=\frac{1}{2}(\arccos(m_q-\sigma_q)-\arccos(m_q+\sigma_q))\,. \qquad (10.43)$$

Поэтому искомая вероятность отсутствия ошибки при определении угла φ согласно выражению (10.20) в предположении нормального закона её распределения будет равна:

$$P_\varphi(\Delta_\varphi)=\frac{C}{\sqrt{2\pi\sigma_\varphi}}\int_{m_\varphi-\Delta_\varphi}^{m_\varphi+\Delta_\varphi} e^{-\frac{(u-m_\varphi)^2}{2\sigma_\varphi^2}}du\,, \qquad (10.44)$$

где C – постоянная, определяемая по формуле:

$$C=1\Bigg/\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varphi}}\int_0^1 \exp\left(-\frac{(u-m_\varphi)^2}{2\sigma_\varphi^2}\right)du\,. \qquad (10.45)$$

Подставляя исходные данные в соответствующие формулы настоящего раздела и последовательно переходя к выражению (10.44), получим численное значение вероятности безошибочного определения значения величины угла φ в условиях параметрической неопределённости в исходных измеряемых параметрах.

Пример оценивания значения фазы. По результатам статистической обработки значений амплитуд напряжений получены следующие значения для падающего (опорного напряжения), отражённого и суммарного сигналов: $m_1=2{,}502$; $\sigma_1=0{,}005$; $m_2=0{,}665$; $\sigma_2=0{,}008$; $m_\Sigma=2{,}307$; $\sigma_\Sigma=0{,}058$. Все значения указаны в вольтах.

Произведя вычисления по формулам предыдущего раздела, получим следующие численные значения:

$$m_n=1{,}377;\ \sigma_n=0{,}036;\ m_d=3{,}328;\ \sigma_d=0{,}041;\ T_{n1}=1{,}341;$$
$$T_{n2}=1{,}412;\ G_{1d}=3{,}287;\ G_{2d}=3{,}368;\ m_q=0{,}124;\ \nu_{2q}=0{,}037;$$
$$\sigma_q=0{,}148;\ m_\varphi=1{,}145;\ \sigma_\varphi=0{,}152. \qquad (10.46)$$

Значение константы $C=1$. Величина допуска $\Delta_\varphi=0{,}25$. Величины m_φ, σ_φ, Δ_φ измеряются в радианах. Подставляя значения этих величин в (10.44), получим: $P_\varphi(\Delta_\varphi)=0{,}905$.

Чтобы учесть начальную фазу φ_0, которая в общем случае может быть также величиной случайной, необходимо в формулу (10.44) вместо m_φ, подставить значение $m_\varphi+m_{\varphi_0}$, а вместо σ_φ – $\sqrt{\sigma_\varphi^2+\sigma_{\varphi_0}^2}$, где m_{φ_0}, $\sigma_{\varphi_0}^2$ –МО и СКО случайной величины начальной фазы φ_0.

На рис. 10.1. представлены результаты имитационного моделирования, выполненного в соответствии с выражением (10.21) и приведёнными исходными данными для указанных напряжений в волноводе. Плотность вероятности для фазы φ изображена серым цветом. Здесь же показана чёрным цветом плотность вероятности для фазы φ, полученная теоретически приближённым методом. После рис. 10.1 приведена программа моделирования.

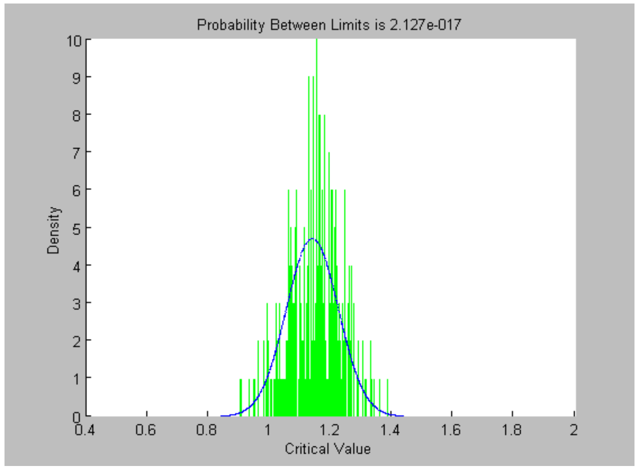


Рис. 10.1

Программа имитационного моделирования.

Выполнена в среде MATLAB.

```
clear all
MUs = 2.307;
DUs = 0.058;
MU1 = 2.502;
DU1 = 0.005;
MU2 = 0.665;
DU2 = 0.008;
n = 1000;
Us = randn(n, 1)*DUs + MUs;
U1 = randn(n, 1)*DU1 + MU1;
U2 = randn(n, 1)*DU2 + MU2;
for i = 1: n
    ACosFi = (U1(i)^2 + U2(i)^2 - Us(i)^2)/(2*U1(i)*U2(i));
        Fi(i, :) = acos(ACosFi);
end;
MFi = mean(Fi)
DFi = std(Fi)
%Fi_distr = ;
normspec([0.5 0.50001], MFi, DFi);
x = 0.7:0.001:1.6;
hist(Fi, x);
h = findobj(gca,'Type','patch');
set(h,'FaceColor','g','EdgeColor','g')
```

Из рисунка следует, что точность предложенного теоретического оценивания значения величины фазы достаточна для использования предложенного метода на практике.

По данным моделирования и сравнения его результатов с расчетными следует, что погрешность в определении МО фазы составляет менее 1%, а погрешность в определении её СКО – 24%. Численные их значения при числе испытаний $N = 1000$ соответственно равны: МО = 1,138; СКО = 0,115. При большем числе испытаний погрешность в СКО становится меньшей.

Замечание. В условиях данного примера коэффициенты вариации исходных случайных величин принимают достаточно малые значения: $\eta_{u_1} = 0{,}002$; $\eta_{u_2} = 0{,}012$; $\eta_{u_\Sigma} = 0{,}025$.

Это означает, что влияние СКО случайных величин исходных данных на конечный результат незначительно. Поэтому, только в данном случае и других аналогичных условиях, сложные расчётные соотношения могут быть заменены более простыми соотношениями, вытекающими из известных правил теории вероятностей [16]. Однако при сравнительно больших СКО их влияние становится более значительным. Для получения достаточно точного для практики результата вычисления указанной вероятности при гипердельтном представлении плотностей надо учитывать большее число дельта-функций с соответствующими весами. Последнее означает, что аналитическое представление плотностей вероятностей придется заменить полностью численными расчётами.

Таким образом, предпринята попытка косвенного оценивания вероятности нахождения значения фазы коэффициента отражения в системе «волновод–генератор» по результатам измерений наблюдаемых значений параметров: амплитуд падающего, отражённого и суммарного напряжений. Представлен алгоритм последовательного решения задачи оценивания. Произведено решение поставленной задачи в соответствии с представленным алгоритмом приближенным методом. Сущность приближенного метода заключается в представлении произвольных плотностей вероятностей суммами дельта-функций с вероятностными весами. Параметры этих плотностей определяются по методу моментов. Рассмотрен числовой пример оценивания вероятности нахождения измеренного значения фазы в пределах заданного допуска. Полученные результаты могут быть использованы для принятия решения в рассматриваемой системе «волновод–генератор», а сам метод оценивания – в прикладной метрологии.

Концептуальный замысел данного исследования основывается на работе [55], ориентированной на разработку точностной теории надёжности программного обеспечения современных компьютеров. Поэтому полученные здесь результаты могут быть успешно использованы при оценивании точности выполнения других отдельных операторов, входящих в состав программного обеспечения вычислительных средств.

10.3. ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ НАДЁЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННОГО ОПЕРАТОРА

Выполним исследование реакции простейшего оператора с постоянным значением коэффициента передачи в прямом канале при наличии отрицательной обратной связи на случайный входной сигнал. Покажем положительное влияние обратной связи в канале на информационные свойства выходной величины. Рекомендуем результаты исследования для построения надёжных вычислений в перспективных компьютерах и других информационных системах.

Современные системы управления самого различного назначения строятся на основе быстродействующей вычислительной техники. В отличие от систем прошлого века, которые характеризовались высоким уровнем энергетической и низким уровнем информационной насыщенности, системы настоящего века отличаются низким уровнем энергетической и высоким уровнем информационной насыщенности. Информационная интенсивность процессов управления присуща ныне также социальным системам и их компонентам. Бурно развиваются новые информационные технологии, наблюдается значительный прогресс в области информатизации общества.

Высокая эффективность процессов управления в современных системах обусловливается, прежде всего, широчайшим использованием современной высокопроизводительной вычислительной техники. Ныне практически нет такой сферы человеческой деятельности, где бы ни использовались вычислительные средства, построенные на самой передовой элементной базе.

Хорошо известно, что сложность систем управления находится в противоречии с их физической работоспособностью. Проблема надёжности технических систем возникла в 50-х годах прошлого столетия и была связана с использованием различных систем вооружения для ведения войны. Техническая дисциплина «теория надёжности» успешно прошло период становления, развития и завершения в 80-х годах прошлого столетия.

В 80-х годах ей на смену пришла другая проблема, связанная с лавинообразным возрастанием сложности программного обеспечения современных вычислительных средств, составивших основу систем управления гражданского и военного назначения. При этом тенденция роста сложности программного обеспечения по своему темпу на много превзошла тенденцию роста технической сложности. Это поставило перед наукой вопрос о построении теории надёжности программного обеспечения. Причинами её возникновения являются чрезмерная сложность и сравнительно низкий уровень производства программных продуктов. Примерно в течение двадцати лет были разработаны различные математические модели оценивания, испытаний и обеспечения надёжности функционирования программного обеспечения вычислительных средств. Предложены новые решения для достижения их высокой надёжности.

Однако, несмотря казалось бы на значительный прогресс в решении этой проблемы, она ещё весьма далека от своего завершения. По сути, не создана техническая наука «надёжность программного обеспечения», которая могла бы удовлетворять так потребности практики, как этого достигла теория надёжности технических систем. Это обусловлено рядом причин. Во-первых, достаточной сложностью самого объекта исследования, многогранностью вычислительных процессов, их скрытой причинностью, наличием огромного множества ветвлений при реализации вычислений. Во-вторых, применением вычислительных методов в изучении процессов вычислений, которые не позволяют оценивать диапазоны ожидаемых ошибок. В-третьих, разработка программ вычислений производится субъектами, которые сами вносят в них ошибки, погрешности, обусловливающие множество будущих искажений. В-четвёртых, проблема испытаний программного обеспечения на безошибочность при достаточно редких его ошибках еще более трудна и далека от приемлемых рекомендаций по сравнению с аналогичной проблемой для технических систем. Поэтому проблема оценивания и обеспечения качества сложных программных систем далёка от завершения, и проявление ошибок в информационных системах может быть весьма чревато для процессов управления в системах. Нужно более детальное, тонкое изучение вычислительных процессов с целью выявления, прогнозирования возникновения первичных дефектов-ошибок. Практика использования методов теории надёжности техники для изучения программного обеспечения показала их достаточную ограниченность.

За последнее время в системах управления объектами стал ощутимо заявлять о себе и так называемый «человеческий фактор» – ошибки человека-оператора. Он наравне с другими источниками ошибок и отказов стал причиной ряда техногенных катастроф.

Качество процессов управления, эффективность применения информационных систем, таким образом, зависят от качеств трёх компонент: технических средств, программного обеспечения и человека. Поэтому при оценивании работоспособности сложных систем, включающих эти компоненты, математические модели должны быть совместно согласованы. Особенно это касается вопросов распределения требований между компонентами при ограничениях на те или иные затратные факторы. Очевидно, что критерии и показатели качества компонент и систем в настоящее время должны носить вероятностный характер.

Могут ли применяться математические модели теории надёжности технических систем к названным трём компонентам? Могут частично, так как они имеют значительный ограничительный барьер. Он определён, на наш взгляд, высоким энергетизмом технических систем. Компонентам же программному обеспечению, человеку, коллективам людей в большей степени присущи информационные свойства. Они определяются способностью накапливать, передавать, сохранять, перерабатывать информацию, прогнозировать будущее состояние, решать новые задачи, мыслить и делать новые, ранее не известные выводы. В последнее время получили практическое применение системы интеллектуального вывода. Но, ограничиваясь, узкими рамками практического использования систем, мы должны задать себе следующий вопрос: какой характер должна носить теория «работоспособности информационных систем», какими моделями и методами она должна располагать? На этот вопрос пока нет ответа.

В статье [55] в отличие от традиционного подхода к оцениванию надёжности функционирования программного обеспечения предложен точностной подход, основанный на изучении точности реализации элементарных программных операторов, из которых составляются сложные программные комплексы. Имея подобную информацию о точности реализации операторов, можно оценить надёжность функционирования сложных комплексов программ. В качестве исходных данных при этом могут быть использованы законы распределений входных переменных и параметров операторов. Эти законы могут быть найдены сравнительно просто в отличие от осмысления разнородного статистического материала, поставляемого исследователю в результате программного эксперимента.

В цитируемой статье не рассматривается вопрос о терминологии информационных систем. Однако, на наш взгляд, данный вопрос должен быть поставлен для рассмотрения на основе изложенных выше соображений о трёх компонентах управляющих систем. Для технических систем используется термин «надёжность» («reliability hardware»), для программных систем ныне также используется аналогичный термин – «надёжность функционирования программного обеспечения» («reliability software»). По нашему мнению термин надёжность для информационных компонент должен быть заменён на термин «неискажаемость информации» («indistorability»). Здесь его не надо принимать в качестве окончательного, незыблемого термина, а лишь в качестве первой попытки выхода из ограничительных рамок технического термина «надёжность». Но необходимость введения самостоятельного подобного термина уже назрела. Введение данного термина и других понятий и определений для информационных систем позволит в будущем построить основы оценивания их работоспособности. На это закончим краткие соображения по изучению «надёжности» информационных систем.

В развитие [55] в данном разделе изучим выходную реакцию на случайное входное воздействие элементарного оператора с постоянным передаточным коэффициентом при наличии отрицательной обратной связи. Почему затронут этот вопрос? Во-первых, практика выполнения человеком вычислений всегда связана с принципом обратной связи. Чтобы не допустить искажения окончательного результата при вычислении, человек вынужден многократно обращаться к проверке и повторению элементарных этапов вычисления с целью контроля их правильности и исправления в случае необходимости. Во-вторых, установлено [32], что наиболее результативными методами повышения надёжности программ являются различные способы их контроля. Это и входной контроль, это и промежуточный контроль, это и выходной контроль качества программ. Сюда же примыкает и оперативный контроль процесса вычислений. Методы повышения надёжности программного обеспечения на основе введения избыточности [52] находят весьма ограниченное применение. В-третьих, принцип обратной связи широко использован в кибернетике – «науке об управлении и связи в животном и машине» [11]. Другой принцип – принцип гомеостаза [72], не может быть осуществлён без принципа обратной связи. В целом это означает, что он является важным, не заменимым принципом в управлении те только в технике, в живом организме, но и в сложных человеко-машинных системах, в том числе и информационных. Поэтому представляет интерес изучить влияние обратной связи на прохождение случайного сигнала в операторах, составляющих сложные программные комплексы. Выяснив свойства операторов, в дальнейшем можно попытаться их использовать для управления качеством информационных систем.

Реакция оператора на случайный входной сигнал. Пусть задан оператор $Y(X) = KX$, коэффициент передачи которого $K = \text{const}$, а входная переменная X является величиной случайной, имеющей плотность вероятности $fo(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$, $x \in [0,\infty)$.

Тогда выходная переменная Y будет величиной случайной с плотностью вероятности $fyb(x) = \frac{1}{K} fo\left(\frac{x}{K}\right)$.

1) Охватим данный оператор жёсткой отрицательной обратной связью. Тогда коэффициент передачи оператора будет равен: $k = K / (1 + K)$, а выходная переменная Y будет случайной величиной с плотностью вероятности:

$$fyo(x) = \frac{1}{k} fo\left(\frac{x}{k}\right). \qquad (10.47)$$

Величины энтропии на входе и выходе оператора будет соответственно равны:

$$HX = -\int_0^\infty fo(z)\ln(fo(z))dz,$$
$$HYo(k) = -\int_0^\infty fyo(z)\ln(fyo(z))dz. \qquad (10.48)$$

Количество информации на выходе оператора, определённое как приращение выходной энтропии по отношению к входной энтропии, будет равно:

$$IYo(k) = HX - HYo(k). \qquad (10.49)$$

2) Рассмотрим соединение из двух последовательных операторов, каждый из которых имеет коэффициент передачи K. Охватим соединение жёсткой отрицательной обратной связью. Тогда коэффициент передачи соединения будет равен: $k = K^2/(1+K^2)$. Выходная переменная Y будет распределена с плотностью вероятности:

$$fypO(x) = \frac{1}{k} fo\left(\frac{x}{k}\right) = \frac{1+K^2}{K^2\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{\left(\frac{(1+K^2)x}{K^2}-m\right)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (10.50)$$

Величина энтропии и количество информации на выходе соединения будут соответственно равны:

$$HYpO(k) = -\int_0^\infty fypO(z)\ln(fypO(z))dz,$$
$$IYpO(k) = HX - HYpO(k). \qquad (10.51)$$

Введённые обозначения в индексах функций означают: o – отрицательная обратная связь у отдельного оператора с коэффициентом передачи K; p – последовательное соединение двух операторов с коэффициентами передачи K, а O – наличие общей отрицательной связи у соединения операторов.

3) Рассмотрим последовательное соединение двух операторов, каждый из которых охвачен жёсткой отрицательной обратной связью. Коэффициент передачи соединения будет равен $k = K^2/(1+K)^2$. Выходная переменная соединения будет распределена с плотностью вероятности:

$$fyop(x) = \frac{1}{k} fo\left(\frac{x}{k}\right). \qquad (10.52)$$

Величина энтропии и количество информации на выходе соединения определятся следующими соотношениями:

$$HYop(k) = -\int_0^\infty fyop(z)\ln(fyop(z))dz,$$

$$IYop(k) = HY - HYop(k)\,. \qquad (10.53)$$

4) Рассмотрим то же последовательное соединение операторов, что и в пункте 3), но дополнительно охваченное общей жёсткой отрицательной обратной связью. Тогда коэффициент передачи соединения будет равен $k = \frac{K^2}{(1+K)^2} \Bigg/ \left(1 + \frac{K^2}{(1+K)^2}\right)$. Выходная переменная данного соединения будет распределена с плотностью вероятности:

$$fyopO(x) = \frac{1}{k}\, fo\!\left(\frac{x}{k}\right). \qquad (10.54)$$

Величина энтропии и количество информации на выходе соединения будут определяться следующими соотношениями:

$$HYopO(k) = -\int_0^{\infty} fyopO(z)\ln(fyopO(z))dz\,,$$

$$IYopO(k) = HY - HYopO(k)\,. \qquad (10.55)$$

Для сравнительного исследования информационных свойств соединений, рассмотренных в пунктах 1) – 4), построим графики зависимостей энтропий и количеств информации для этих соединений от коэффициента передачи одного канала без обратной связи, то есть от величины K.

Анализ различных соединений операторов. На рис. 10.2 и 10.3 показаны кривые значений плотностей вероятностей входного и выходного сигналов различных соединений, рассмотренных в разделе. Плотность вероятности для величины X принята нормальной, с параметрами $m = 3$, $\sigma = 0{,}5$. Приняты следующие обозначения: $fo(x)$ – плотность вероятности величины X на входе любого соединения; $fyo(x)$ – плотность вероятности выходной величины для одноканального оператора с обратной связью; $fypO(x)$ – плотность вероятности выходной величины соединения из двух последовательных операторов, охваченной общей обратной связью; $fyop(x)$ – плотность вероятности выходной величины соединения из двух последовательных операторов, каждый из которых охвачен обратной связью; $fyopO(x)$ – плотность вероятности выходной величины соединения двух последовательных опера-

торов, каждый из которых охвачен обратной связью, и всё соединение также охвачено общей обратной связью. Коэффициент передачи отдельного оператора без обратной связи обозначен как K. На рис. 10.2 он равен 0,5, а на рис. 10.3 – 4.

$K = 0{,}5$

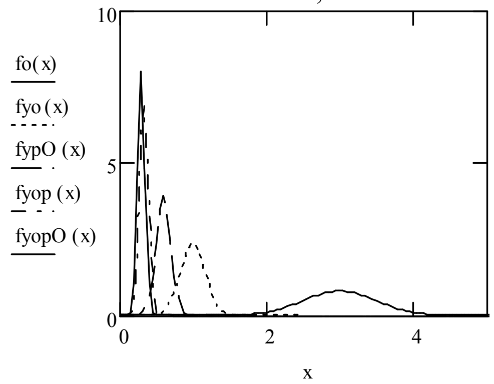


Рис. 10.2

$K = 4$

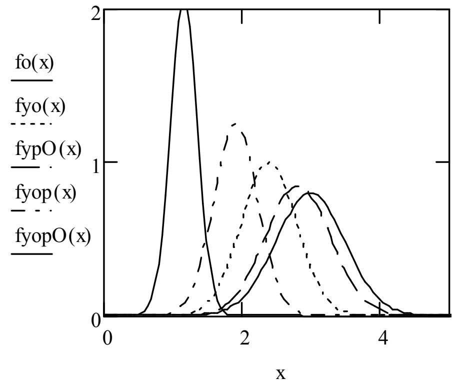


Рис. 10.3

На рис. 10.4 показаны кривые значений энтропии соответствующих соединений, а на рис. 10.5 – кривые значений соответствующих количеств информации соединений. Значение энтропии входной величины X для нормального распределения со значениями параметров, указанных выше, равно $HX = 0{,}726$.

$\sigma = 0{,}5$, $m = 3$, $HX = 0{,}726$, $HYopO(1000) = 0{,}33$

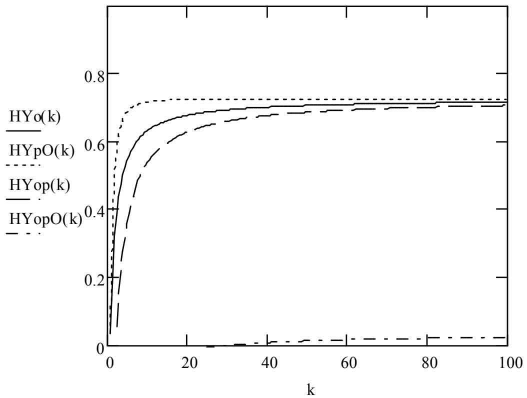


Рис. 10.4

$IY(1000) = 0{,}726$, $IYopO(1000) = 0{,}694$

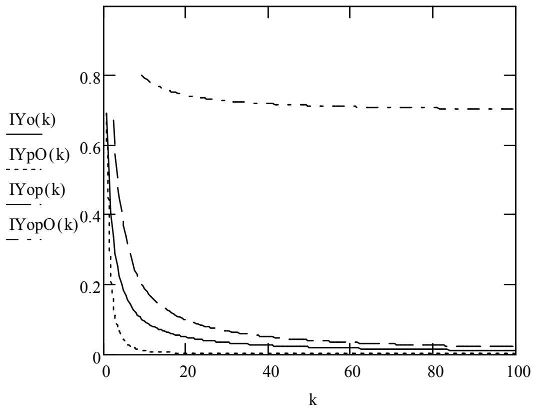


Рис. 10.5

Из рис. 10.2 – для коэффициента передачи канала $K = 0{,}2$ – следует, что графики плотностей вероятностей, начиная с исходной плотности для X смещаются влево к началу координат, при этом становясь всё более островершинными, характеризующимися меньшим разбросом значений случайной величины Y. После-

довательность смещения влево и увеличение островершинности графиков соответствуют последовательности обозначений плотностей на рисунке сверху вниз.

Из рис. 10.3 – для коэффициента передачи канала $K = 4$ – следует, что характер расположения графиков сохраняется, за исключением того, что графики для одного канала с обратной связью и для двух последовательных каналов (каждый без обратной связи) с общей обратной связью меняются местами. Это объясняется тем, что соединение из двух последовательных каналов ведёт себя как один канал с обратной связью, но с большим значением коэффициента передачи.

В целом, оба рис. 10.2 и 10.3 говорят об увеличении «добротности» рассматриваемых соединений в том порядке следования, как они показаны в обозначениях плотностей сверху вниз на данных рисунках. Понятие «добротность» здесь понимается как степень увеличения островершинности плотностей вероятностей. С этой точки зрения, структура соединения из двух последовательных каналов, каждый из которых охвачен отрицательной обратной связью, а всё соединение – общей отрицательной обратной связью, является самой «добротной» из всех структур рассмотренных соединений. Это означает, что данная структура обладает наибольшей степенью организованности. Она в результате своего преобразования в большей степени уменьшает элемент случайности выходной величины Y при неизменной степени случайности входной величины X.

Нетрудно убедиться, что величина энтропии на выходе канала с коэффициентом передачи K, не охваченного отрицательной обратной связью, будет непрерывно возрастать с увеличением величины K. А величина количества информации, вычисленная как разность энтропии входной величины X и энтропии выходной величины Y, будет принимать с увеличением K всё возрастающие отрицательные значения.

Совсем другой характер принимают кривые для энтропии выходной величины Y структур соединений, охваченных обратной связью. Из рис. 10.4 следует, что значения энтропии для всех структур в зависимости от величины соответствующего коэффициента усиления соединения с обратной связью k возрастают. Причём наименьшее возрастание энтропии наблюдается у соединения, состоящего из двух каналов, каждый из которых охвачен отрицательной обратной связью, а всё соединение охвачено общей отрицательной обратной связью.

Значения количеств информации на выходах соединений, представленных в виде кривых, показаны на рис. 10.5. Из графиков следует, что наибольшую информацию на выходе имеет соединение с отрицательными обратными связями у каналов и общей отрицательной обратной связью у соединения. Только данное соединение имеет конечное предельное значение количества информации, равное 0,693, а у всех других соединений оно стремится к нулю с увеличением k. Это ещё раз подтверждает «добротность» указанного соединения по сравнению с другими и позволяет сделать следующие качественные выводы об эффективности использования отрицательной обратной в структурах процессов, состоящих из последовательно соединенных случайных операторов. Под случайным оператором понимается оператор, параметры которого (входные переменные, параметрические внутренние константы) принимают случайные значения.

В заключение подраздела 10.3 можно отметить следующее.

1. Любой информационный процесс представим в виде последовательности элементарных операторов. Выход одного оператора является входом для следующего за ним другого оператора.

2. Отрицательная обратная связь с выхода линейного оператора к его входу является весьма эффективным средством противодействия случайности входного сигнала и случайности параметров оператора. Она делает выходной сигнал оператора более «добротным» по сравнению с входным сигналом или внутренним параметром оператора. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем больше значение коэффициента передачи оператора без обратной связи.

3. Последовательное соединение операторов, охваченных отрицательными обратными связями «выход – вход», снижает добротность окончательного выходного сигнала. При этом чем больше операторов в соединении, тем ниже добротность соединения по передаче и преобразованию информации. По-видимому, выводы п. 1,2,3 справедливы для любых операторов, в том числе и нелинейных, а также имеющих число случайных входных сигналов и внутренних параметров больше одного.

4. Добротность выходного сигнала сложного последовательного соединения элементарных операторов будет тем выше, чем проще структура элементарных операторов, охваченных обратными отрицательными связями, а также чем больше число связанных между собой общими обратными связями элементарных операторов в их соединении. И добротность соединения будет самой высокой в том случае, когда уровни охвата общими отрицательными обратными связями будут в соединении изменяться от самой простейшей, объединяющей два оператора, до обратной связи, охватывающей всё соединение. Это означает, что соединение должно включать всевозможные общие отрицательные обратные связи, начиная от простейшей и заканчивая общей обратной связью для всего соединения.

5. Для повышения неискажаемости любого информационного процесса целесообразно как можно наиболее полно использовать принцип отрицательной обратной связи, на который было обращено внимание в кибернетике. Обратная связь должна использоваться как в «глубь» информационного процесса, так и в его «ширину». К информационным процессам подобного вида можно отнести фактически любой информационный процесс: процесс численного математического вычисления, выполняемого человеком; процесс вычисления в современном компьютере; процесс сохранения, запоминания и преобразования любого типа информации количественного или качественного вида; процессы общения субъектов в обществе и другие информационные процессы.

6. Для повышения неискажаемости вычислительного процесса современных и перспективных компьютеров следует интенсивнее практиковать разработку электронной элементной базы и программных средств с использованием принципа обратной связи в качестве эффективного средства информационной избыточности для борьбы с различными помехами и искажениями.

7. На наш взгляд, выполненное исследование в данной статье, обладает качественной общностью. Полученные общие выводы будут справедливыми и для операторов более сложной структуры, в частности, и для нелинейных операторов. Однако, чтобы иметь количественное представление об их свойствах, необходимо дальнейшее детальное исследование.

10.4. ПОВЫШЕНИЕ И ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СОЕДИНЁННЫХ ОПЕРАТОРОВ

При исследовании точности функционирования вычислительной программы, как и при исследовании надёжности технической системы с основным соединением элементов, необходимо решать две задачи. Первая задача – задача анализа – найти вероятность безошибочного функционирования П по известным вероятностям безошибочного функционирования её операторов. Вторая задача – задача синтеза – повысить вероятность безошибочного функционирования П при заданных ресурсных ограничениях или обеспечить требуемую вероятность её безошибочного функционирования при минимальных ресурсных ограничениях.

Решение первой задачи применительно к П достаточно очевидно и рассматривать его здесь не имеет смысла.

Решение второй задачи, а именно указанных двух её вариантов, отличается некоторыми особенностями для П по сравнению с ТС. Поэтому остановимся на нём. Однако, не будем формулировать задачу в общем виде, а ограничимся рассмотрением только одного частного случая, когда П состоит только из двух независимых операторов.

Пусть $f_1(x)$, $f_2(x)$ – нормальные плотности распределения величин ошибок на выходах операторов, m_1, m_2, σ_1, σ_2 – соответственно их математические ожидания и среднеквадратические отклонения. Известны: c_1, c_2 – удельные стоимости единиц точности операторов, $C_1(\sigma_1) = \psi_1(\sigma_1)$, $C_2(\sigma_2) = \psi_2(\sigma_2)$ – функции стоимости операторов в зависимости от их точности. Стоимость П из двух операторов определим как сумму $C(\sigma_1, \sigma_2) = C(\sigma_1) + C(\sigma_2)$. В самом простейшем случае будем полагать, что $C_1(\sigma_1) = \dfrac{c_1}{\sigma_1}$, $C_2(\sigma_2) = \dfrac{c_2}{\sigma_2}$.

Тогда оба варианта задачи синтеза могут формулироваться следующим образом.

1. Определить максимальную точность П, или $\sigma(\sigma_1, \sigma_2) = \min$, при известном ограничении на её стоимость $C(\sigma_1, \sigma_2) = C_0$.

2. Обеспечить заданную точность П, или $\sigma(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_0$ при минимальной её стоимости $C(\sigma_1, \sigma_2) = \min$.

Оба варианта задачи решаются методом неопределённых множителей Лагранжа. Приведём численные примеры решения обоих вариантов задачи в среде Mathcad.

Вариант 1. Дано: $m_1 = 3$; $m_2 = 5$; $\sigma_1 = 1$; $\sigma_2 = 1{,}2$; $c_1 = 2$; $c_2 = 5$; $C_0 = 100$.

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(x-m_1)^2}{2\sigma_1^2}}, \quad f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(x-m_2)^2}{2\sigma_2^2}}.$$

Найдём плотность распределения величины ошибки на выходе П, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение:

$$f(x) = \int_0^x f_1(x) f_2(x-z)\,dz, \quad \int_0^\infty f(z)\,dz = 0{,}999, \quad m = \int_0^\infty z f(z)\,dz = 8;$$

$$\nu = \int_0^\infty z^2 f(z)\,dz = 66{,}408, \quad \sigma = \sqrt{\nu - m^2} = 1{,}584.$$

Составим функцию Лагранжа

$$L(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + \gamma\left[C_0 - \left(\frac{c_1}{\sigma_1} + \frac{c_2}{\sigma_2}\right)\right],$$

где γ – неопределённый множитель. Возьмём производные от этой функции и приравняем их к нулю:

$$A(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = \frac{d}{d\sigma_1} L(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = 0,$$

$$B(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = \frac{d}{d\sigma_2} L(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = 0, \quad C(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = \frac{d}{d\gamma} L(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = 0.$$

Используем операторы Mathcad, приняв начальные условия $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1$, $\gamma = 1$,

Given $\quad A(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = 0; B(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = 0; C(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = 0.$

Получим следующее решение:

$$Find(\sigma_1, \sigma_2, \gamma) = \begin{Bmatrix} 0{,}057 \\ 0{,}077 \\ -9{,}582 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix}.$$

Найдём величину точности П $\sigma_0 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{0{,}057^2 + 0{,}077^2} = 0{,}096$. Сравним её с первоначальной величиной σ = 1,584.

Плотность вероятности величин ошибок П определится как: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$. Зададимся предельной границей для отклонений на входе П $|\Delta| \le 2$, тогда вероятность безошибочного функционирования П равна:

$$P(\Delta) = \int_{m+\Delta}^{m+\Delta} f(z)dz = 0{,}799\,.$$

Вариант 2. Пусть задана точность выполнения П $\sigma_0 = 0{,}1$. Воспользуемся теми же исходными данными, что и в варианте 1, и составим функцию Лагранжа: $R(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = \frac{c_1}{\sigma_{11}} + \frac{c_2}{\sigma_{22}} + \lambda\left(\sigma_0 - \sqrt{\sigma_{11}^1 + \sigma_{22}^2}\right)$. Найдём частные производные:

$$A_1(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = \frac{d}{d\sigma_{11}} R(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda)\,,$$

$$B_1(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = \frac{d}{d\sigma_{22}} R(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda)\,,\; C_1(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = \frac{d}{d\lambda} R(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda)\,.$$

Далее поступаем так же, как и варианте 1:

$Given$ при $\sigma_{11} = 1$, $\sigma_{22} = 1$, $\lambda = 1$

$A_1(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = 0$; $B_1(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = 0$; $C_1(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = 0$;

$$Find(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \lambda) = \begin{Bmatrix} 0{,}059 \\ 0{,}081 \\ -958.23 \end{Bmatrix}.$$

Найдём величину ограничения, при котором достигается заданное значение точности $\sqrt{0{,}059^2 + 0{,}081^2} = 0{,}1$, а именно $C(\sigma_{11}, \sigma_{22}) = \frac{c_1}{0{,}059} + \frac{c_2}{0{,}081} = 95{,}627$. При этом на обеспечение точности первого оператора надо выделить $\frac{c_1}{\sigma_{11}} = \frac{2}{0{,}059} = 33{,}898$,

а на обеспечение точности второго оператора $\frac{c_2}{\sigma_{22}} = 61{,}728$ единиц стоимости.

<u>**Примечание**</u>. Аналогичным образом решаются задачи со статистически зависимыми операторами ПО.

10.5. О ВЫЧИСЛЕНИИ КВАДРАТНОГО КОРНЯ СО СЛУЧАЙНЫМ НАЧАЛЬНЫМ ПРИБЛИЖЕНИЕМ ИЗ ЧИСЛА

Приведём пример, показывающий влияние точностного фактора на длительность выполнения вычислений, если они связаны со случайным параметром оператора. В примере использована процедура вычисления квадратного корня. Сравниваются количества итераций при вычислениях корня из числа в случаях: 1) первоначальное приближённое значения корня задано постоянным числом; 2) первоначальное приближённое значение корня задано нормальным распределением вероятностей.

1. Вычисление корня с постоянным начальным приближением. Пусть требуется найти величину корня из 80 с точностью не ниже, чем 0,01. Применение приближённой классической итерационной процедуры приводит к результату:

$$x_0 := 7\,;\; n := 0, 1, ..., 5\,;\; A := 80\,;\; x_{n+1} := \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{A}{x_n}\right);\; x = \begin{pmatrix} 7 \\ 9.214 \\ 8.948 \\ 8.944 \\ 8.944 \\ 8.944 \\ 8.944 \end{pmatrix}.$$

Из данного вычисления следует, что для достижения требуемой точности необходимо выполнить 3 итерации вычислений. Тогда величина корня должна находиться в пределах $8{,}855 \le x \le 9{,}033$. Этому удовлетворяет итерация с номером $n = 3$. Точность представления исходного числа $8{,}944^2 = 79{,}995$, то есть $6 \cdot 10^{-3}$%. Величину 8,944 примем за точное значение корня.

2. Вычисление корня со случайным первоначальным нормально распределённым значением. В данном случае необходимо представить рекуррентные выражения для математического ожидания и среднеквадратического отклонения величины корня. Они принимают вид:

$$m_i = \frac{m_{i-1}}{2}\left[1 + \frac{A}{(m_{i-1})^2 - (\sigma_{i-1})^2}\right], \; \sigma_i = \frac{\sigma_{i-1}}{2}\sqrt{1 + \frac{A^2}{[(m_{i-1})^2 - (\sigma_{i-1})^2]^2}} \, . \tag{10.56}$$

Формулы (10.56) получены в результате вычислений m_i, σ_i на основе применения гипердельтной аппроксимации нормальных распределений для последовательных вычислительных итераций определения величины корня. Применение этой аппроксимации оправдано достаточной точностью приближённых представлений указанных величин и сравнительной простотой аналитических выкладок в процессе преобразований.

Вычисление корня произведено с помощью программы, составленной в среде Mathcad, приведённой ниже.

Программа реализуется с начальным значением корня – математическим ожиданием, равным 7, и среднеквадратическим отклонением, равным 2. Пределы точности вычисления корня определяются по модулю и равны 0,01. Начальная вероятность того, что значение корня находится в указанных пределах, принята равной 0,1. Требуемая точность вычисления корня характеризуется заданной надёжностью его вычисления, равной 0,75.

Программа состоит из двух частей. Первая часть программы служит для вычисления значений математического ожидания, среднеквадратического отклонения и вероятности, характеризующей надёжность вычислений – попадания величины корня в указанный предел точности относительно математического ожидания для последовательных итераций. Эта вероятность вычисляется по формуле:

$$P_i = (1/\sqrt{2\pi}\sigma_i)\int_{m_1-\Delta}^{m_i+\Delta} \exp[-(z-m_i)^3 / 2\sigma_i^2]dz \, ,$$

где i – номер итерации.

$m_0 := 7\,;\quad A := 80,\quad \sigma_0 := 2\,;\quad x := 0, 0.1, ..., 10\,;\quad \Delta := 0.01\,;\quad P_0 := 0.1\,;$
$G := 0.75\,.$


```
(m)      | i ← 0
(σ)  :=  | m_i ← m_0
(P)      | σ_i ← σ_0
         | P_i ← P_0
         | for i ∈ 1..20
         |   | m_i ← (m_{i−1}/2)·[1 + A/((m_{i−1})^2 − (σ_{i−1})^2)]
         |   | σ_i ← (σ_{i−1}/2)·sqrt(1 + A^2/[(m_{i−1})^2 − (σ_{i−1})^2]^2)
         |   | P_i ← ∫_{m_i−0.01}^{m_i+0.01} 1/(sqrt(2·π)·σ_i) · e^(−(z−m_i)^2/(2·(σ_i)^2)) dz
         |   | i ← i + 1
         | (m)
         | (σ)
         | (P)
```

Вторая часть программы предназначена для определения числа итераций, необходимых для обеспечения требуемой надёжности вычисления корня $G_0 = 0{,}75$, при достижении значения математического ожидания в итерациях, равного 0,75. Исходными данными для неё служат массивы чисел, представленных первой частью программы. В нашем примере число необходимых итераций равно $i = 17$. Это число соответствует вероятности $P_{17} = 0{,}827$, первой вероятности, превышающей $G_0 = 0{,}75$.

Следует отметить, что при дальнейшем увеличении вероятности G_0 величина математического ожидания остаётся равной 8,944, а величина среднеквадратического отклонения будет монотонно уменьшаться. Это означает, что надёжность представления корня в указанных пределах точности будет увеличиваться и в пределе, теоретически, будет стремиться к нулю, а плотность вероятности – к дельта-функции.

$$\begin{pmatrix} i \\ P \end{pmatrix} := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ m_i \leftarrow m_0 \\ \sigma_i \leftarrow \sigma_0 \\ P_i \leftarrow P_0 \\ \text{while } P_i \le G_0 \\ \quad i \leftarrow i+1 \\ \quad m_i \leftarrow \dfrac{m_{i-1}}{2}\cdot\left[1+\dfrac{A}{\left(m_{i-1}\right)^2-\left(\sigma_{i-1}\right)^2}\right] \\ \quad \sigma_i \leftarrow \dfrac{\sigma_{i-1}}{2}\cdot\sqrt{1+\dfrac{A^2}{\left[\left(m_{i-1}\right)^2-\left(\sigma_{i-1}\right)^2\right]^2}} \\ \quad P_i \leftarrow \displaystyle\int_{m_i-0.01}^{m_i+0.01} \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma_i}\cdot e^{\frac{-\left(z-m_i\right)^2}{2\cdot\left(\sigma_i\right)^2}}\,dz \\ \begin{pmatrix} i \\ P \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

P =

	0
0	0.1
1	$3.912\cdot10^{-3}$
2	$5.858\cdot10^{-3}$
3	$8.392\cdot10^{-3}$
4	0.012
5	0.017
6	0.024
7	0.034
8	0.048
9	0.068
10	0.096
11	0.135
12	0.19
13	0.266
14	0.37
15	0.504
16	0.664
17	0.827

$i = 17$

Таким образом, для получения величины корня с математическим ожиданием, равным полученному значению при вычислении с постоянным, неслучайным приближением, приведённому в пункте 1, и среднеквадратическим отклонением, зависящим от вероятности $G_0 = 0{,}75$, приведённому в пункте 2, потребовалось выполнить 17 вычислительных итераций. При отсутствии случайности в выборе начального приближения корня потребовалось выполнить только 3 итерации.

Читателю предоставляется сделать свой вывод о влиянии параметрических случайностей в операторах ПО на свойства вычислительного процесса.

Приложение

ВВЕДЕНИЕ В СИНЕРГЕТИКУ И ДИНАМИЧЕСКУЮ ТЕОРИЮ ИНФОРМАЦИИ

Обзор для изучающих синергетику и теорию информации

П.1. ВВЕДЕНИЕ

Сначала возникло понятие информации, синергетика – потом. Какая связь?

Теория информации занимается проблемами передачи, хранения, получения (рецепции). **Ценность** информации некоторое время оставалась вне поля зрения. Ценность информации зависит от ***цели***, к которой стремится принимающий эту информацию объект (субъект). Считалось, что цель ставится извне, а информация нужна лишь для того, чтобы достичь её наискорейшим и оптимальным образом.

Традиционная теория информации носила антропийный характер (для разумных существ, стремящихся к цели, «желающих» чего-либо).

Цель – вне объекта, а информация формируется внутри объекта. Сейчас ситуация изменилась благодаря появлению синергетики и внедрению её в информатику.

Во-первых, стал исследоваться вопрос об эволюции информации, в частности, биологической. Проблема происхождения жизни теперь формулируется как проблема спонтанного возникновения новой ценной биологической информации. Речь о том, каковы минимальные требования к объектам и условиях их существования, чтобы можно говорить о цели. Иначе, может ли неживая молекула «желать» чего-либо и при каких условиях это возможно? Как неживые молекулы превратились в «живые»?

Во-вторых, стали исследоваться физические механизмы, лежащие в основе рецепции, запоминания и переработки информации. На очередь выступают проблемы рецепции информации в биологических рецепторных системах, так как последние по чувствительности часто превосходят искусственные устройства.

Информатика вступает в новую фазу развития. Для неё характерна более тесная связь с физикой (в частности, биофизикой). Связь эту осуществляет синергетика, а точнее, её раздел – *динамическая теория информации.*

Рассмотрим некоторые вопросы, связанные с ценной информацией, её генерацией и эволюцией. Будем использовать динамические модели процессов.

П.2. ЧТО ТАКОЕ ИНФОРМАЦИЯ?

«Информация есть сведения о…» – тавтология. Информация – есть выбор варианта (или нескольких) из многих возможных и равноправных (принадлежащих одному множеству).

Если выбор указан, то говорят о рецепции информации. Если выбор произведён самостоятельно и случайно, то говорят о возникновении информации. Если выбор однозначно определён ситуацией или др. (выбора нет), то об информации вообще говорить не приходится.

В простейшем случае выбор между двумя возможностями. Дорога раздваивается, нужно решить, куда идти. Если есть указатель – то это рецепция информации. Если дорога заранее известна, то никакой информации не нужно. Если решение принимается случайно (монета), то это рождение информации. Количественно

$$I = -\sum_{i}^{N} P_i \log_2 P_i\,,\ \sum_{i}^{N} P_i = 1\,, \qquad (П.1)$$

где i – число вариантов. Если все априорные вероятности одинаковы ($P_i = 1/N$), то

$$I = +\log_2 N. \qquad (П.2)$$

При $N = 2$ – один бит информации: $I = 1$. (Такое количество информации содержится в «указателе», оно же генерируется при случайном выборе). В случае, когда выбор i-го варианта предопределён заранее (выбора нет), т.е. все $P_i = 0$, кроме одной $P_j = 1$, то количество информации $I = 0$. В данном примере все варианты принадлежат одному множеству (пути). «Равноправие» не означает, что они равновероятны.

Рассмотрим основные свойства информации.

<u>**Запоминаемость**</u> (Г. Кастлер) [25] – «информация – запомненный выбор одного (или нескольких) из числа возможных».

Запомнить – привести систему в определённое устойчивое состояние. Их должно быть, по крайней мере, два. Каждое должно быть абсолютно устойчивым, иначе система сама может перейти в иное состояние и эффект запоминания исчезнет. Запоминание производится переключением под воздействием внешнего импульса. Свойством обладают лишь макроскопические системы, состоящие из многих атомов. Атом может находиться в одном устойчивом состоянии. Запоминать могут и биологические макромолекулы, способные находиться в одном из нескольких устойчивых конформационных состояний. Запоминанием обладают не все макроскопические системы.

Например, термодинамически равновесное состояние для каждой макроскопической системы только одно. Поэтому запоминающая система должна быть термодинамически неравновесной.

Во-вторых, вопрос: «На какое время запоминать?» Время запоминания в любом случае существенно больше макроскопических времён (время соударения атомов $\approx 10^{-3}$ с). Информацию в смысле Кастлера называют ***макроскопической***, подчёркивая как пространственные масштабы запоминающей ячейки, так и масштабы времени запоминания. В реальной практике всегда имеют дело с информацией в смысле Кастлера, т.е. запоминаемой.

Незапоминаемая информация – «информация Бриллюэна», которую можно назвать ***микроскопической***. Пример. Информацией можно считать набор положений и скоростей молекул в сосуде с газом в данный момент времени. Этот набор – один из возможных вариантов состояния данной системы. Важно, что этот набор в системе не запоминается; через микроскопическое время ($\sim 10^{-3}$ с) реализуется другой набор, и в силу неустойчивости движения молекул система забывает о своём прошлом (свойство «забывания прошлого» – необходимое условие существования термодинамически равновесных систем).

Состояния газа, в котором известны положения и скорости молекул, обладает, формально говоря нулевой энтропией и максимальной информацией. Напротив, состояние, о котором ничего не известно, обладает максимальной энтропией и нулевой информацией. В общем случае имеет место соотношение, вытекающее из формулы (П.2) и определения энтропии:

$$I_{\text{микр}} + \frac{1{,}44}{K} S = \text{const} = I_{\text{микр}}^{\text{макс}} = \frac{1{,}44}{K} S^{\text{макс}}, \qquad (\text{П.3})$$

где $S = -k \ln W$ – физическая энтропия, $W = 1/N$ – вероятность реализации данного выбора; $K = 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ эрг/град. – постоянная Больцмана, коэффициент $1{,}44 = \log_2 e$. Из (П.3) следует, что прирост микроинформации $\Delta I_{\text{микр}}$ сопровождается уменьшением энтропии ΔS: $\Delta I_{\text{микр}} = -\frac{1{,}44}{K} \Delta S$. В связи с этим введено понятие негэнтропии, которое совпадает с микроинформацией. Подчеркнём, речь здесь идёт о микроинформации (в смысле Бриллюена), которая не используется в реальной практике и не совпадает с макроинформацией (в смысле Кастлера). Последняя в данном примере равна нулю, даже если координаты и скорости частиц в данный момент времени известны (поскольку эти сведения не запоминаются).

В случаях, когда система имеет несколько стационарных состояний и, следовательно, может обладать макроинформацией, количество последней очень мало по сравнению с количеством микроинформации. Так, например, количество макроинформации, содержащееся в организме человека, мало по сравнению с величиной $\frac{1{,}44}{K} S$, где S – энтропия тела. На это обстоятельство обратил внимание Л.А. Блюменфельд.

Макроинформация практически не связана с физической энтропией системы. Получение (возникновение) 1 бита макроинформации сопровождается продукцией $\Delta S_{\text{макр}}$, которая существенно превосходит ΔS_0, соответствующую 1 биту микроинформации: $\Delta S_{\text{макр}} >> S_0 = 0{,}7K$.

Продукцией физической энтропии сопровождается также и процесс «стирания» микроинформации. Эта энтропия, как правило, рассеивается в окружающей среде, и количество энтропии в самой информационной системе не изменяется ни при рецепции информации, ни при её стирании.

Иногда используют термин «информационная энтропия» (имеется в виду макроинформационная). Она не связана с физической энтропией и измеряется не в единицах K, а в битах. Она просто равна макроинформации, которая по тем или иным причинам исчезла («стёрлась») в процессе передачи или хранения. Более глубоко смысла этот термин не имеет, и мы ниже пользоваться им не будем.

Далее нас будут интересовать вопросы о том, что такое новая ценная, условная (безусловная) информация. Все эти эпитеты имеют смысл по отношению к макроинформации и неприменимы к микроинформации. Поэтому всюду, где употребляется термин «информация» мы будем иметь в виду именно макроинформацию и для краткости будет называть её просто информацией.

Иерархическая структура. В любом реальном процессе выбор варианта приходится делать несколько раз. Пример с разветвлениями на дороге. Каждый последующий выбор имеет смысл на базе уже сделанного ранее. Важно также, что предыдущий выбор не предрешает, как правило, последующий. Отсюда следует, что необходимо различать уровни информации. При этом нижний уровень является общим для верхних, т.е. он необходим для рецепции (и/или генерации) информации на верхних уровнях.

Другой пример. Человек, появившись на свет, выбирает язык общения. Ребёнок рецептирует информацию о языке от родителей. Затем выбирает специальность. Это возможно, если он уже владеет языком (включая и язык жестов). Овладев специальностью, он выбирает направление труда. Этот выбор он делает, владея не только языком, но и специальностью. Таким образом при развитии системы во времени информации на нижних уровнях возникает раньше, т.е. является эволюционно более древней.

Ценная информация, которой мы пользуемся в жизни, как правило, принадлежит самому верхнему уровню. Для её восприятия необходимо владеть языком, профессией и т.д.

В теории информации существует специальный термин «тезаурус». Он означает информацию нижнего уровня, которая необходима для рецепции (и/или генерации) информации на верхнем.

Информации на каждом уровне качественно отличаются. Выбор всегда осуществляется на определённом уровне. Это уже заложено в определении: «информация есть выбор одно варианта среди нескольких возможных и равноправных». Мы остановились на этом, чтобы подчеркнуть важность информации нижних уровней, часто это забываем.

Информация бывает *условная* и *безусловная*. Пример условной информации – код для зашифровывания сообщений. Код – соответствие между условными символами и реальными предметами (и/или действиями). Число вариантов (различных) кода, т.е. наборов символов, очень велико. Выбор одного варианта производится случайно и запоминается как передающей, так и принимающей стороной.

Ценной кодовая информация может быть, только если ею владеют несколько человек (минимум два). Таким образом, условная информация возникает как результат общественной деятельности. Условность информации, возникающей при выборе кода, очевидна. Информация, содержащаяся в алфавите и словарном запасе, также является условной.

Безусловной является информация о реально происходящих событиях. Она не нуждается в согласовании в каком-либо обществе. В принципе она может рецептироваться в информационной системе без участия человека. Часто эту информацию называют *смысловой*, чтобы отличить её от кодовой. Безусловная информация не возникает случайно, она рецептируется из окружающей действительности. Пример. Информация – «в таком-то городе случилось землетрясение». Это событие есть результат выбора, который произошёл в природе либо случайно, либо закономерно. Но выбор сделан, его констатация не содержит элемента случайности. Аналогично можно говорить и об общественном явлении.

Каждое сообщение содержит как условную, так и безусловную информацию. Какая условная, а какая безусловная определить не просто. Во-первых, условная информация имеет тенденцию к унификации, что естественно, поскольку ценность её при этом возрастает. Эта тенденция более выражена на нижних уровнях, как эволюционно более древних. На верхних уровнях, как правило, сосуществуют несколько вариантов кода (или формального аппарата). Выбор кода для описания того или иного круга явлений – акт генерации условной информации.

Во-вторых, унифицированная условная информация часто воспринимается как безусловная. Так, люди, владеющие только одним языком, часто думают, что другого вообще не может быть и, следовательно, языковая (кодовая) информация безусловна. Абсурдность такого мнения очевидна, поскольку язык на нашей планете не унифицирован. Более тонкий вопрос связан с математическим формализмом. На нижнем уровне, включающем хотя бы арифметику, этот формализм уже унифицирован. Поэтому мнение о том, что «другого быть не может», распространено достаточно широко. Однако унификация математического аппарата произошла в результате эволюции. При этом были в употреблении другие варианты, отличающиеся от современного. Многие из них были оставлены без внимания не потому, что они хуже, а потому, что большая часть общества уже приняла (выбрала) определённый вариант, и он стал общепринятым.

На верхних уровнях сейчас существует несколько различных вариантов аппарата описания: концептуальное описание, динамические модели, вероятностные модели, дискретные автоматы и др. Каждый из них может претендовать на унификацию (т.е. описание всех явлений). В ряде случаев удаётся доказать эквивалентность какого-либо из них другому, тогда говорят о разных вариантах одного аппарата. Однако во многих случаях вопрос о предпочтении того или иного варианта остаётся открытым. Поэтому выбор математического аппарата – акт генерации ценной условной информации.

В-третьих, наиболее интересным и острым остаётся вопрос об условности (или безусловности) информации в естественных науках. Принято думать, что, изучая природу, мы получаем (рецептируем) объективную (т.е. безусловную) информацию. Это действительно так, если речь идёт об экспериментальных качественных результатах. Например, информация «одноимённые электрические заряды отталкиваются» является безусловной. При этом сделан выбор между двумя возможностями: «притягиваются–отталкиваются», и этот выбор рецептирован из природы с помощью опыта. Однако на этом наука не кончается. Возникают вопросы: каковы количественные характеристики взаимодействия зарядов, какие выводы можно сделать и как предсказать свойства других, связанных с наблюдаемым, явлений?

Для ответа на эти вопросы необходимо выбрать аппарат (алгоритм) описания, и здесь мы сталкиваемся с генерацией условной информации. Алгоритм описания круга явлений содержит две части: математический аппарат и ряд физических положений (постулатов или гипотез). Иными словами он представляет собой математическую модель круга явлений. Эта модель должна, во-первых, описывать все имеющиеся данные (с определённость точностью) и, во-вторых, обладать предсказательной силой. В случае, если предсказания модели не оправдываются, модель отвергается. Как правило, можно предложить несколько моделей, которые удовлетворяют этим условиям и отличаются выбором математического аппарата и (или) постулатами. Успех модели

существенно зависит от того, насколько выбранный аппарат и постулаты являются общепринятыми в данный момент времени. Таким образом, выбор варианта модели – генерация условной информации. Научное творчество в целом содержит два элемента: рецепция безусловной информации от природы и генерация условной (теоретической) информации. Успех последнего зависит от того, в какой мере выбранный алгоритм описания уже принят в обществе, т.е. от того, каков тезаурус этого общества.

Иными словами, успешность «божественного озарения» научного гения зависит от тезауруса общества в данный момент времени или в ближайшем будущем.

Ценность информации. Обсудим её более детально. Информация может быть ценной (или не ценной) в зависимости от преследуемой цели. Вопрос о том, как и кто формулирует цель или, в более широком плане, как она возникает, в современной теории информации обычно не обсуждается. Принимается, что цель известна (задана), и речь идёт о том, как её достичь. ***Ценной информацией*** считается та, которая помогает достижению цели. Известны два метода определения количественной меры ценности информации, они различны и применяются в различных ситуациях.

Если цель наверняка достижима и притом несколькими возможными путями, то удобна мера ценности, предложенная Р.Л. Стратоновичем [62]. Она состоит в оценке условных «штрафов» (или затрат времени, средств и т.п.) и измеряется в уменьшении затрат в результате её получения. Так, например, если цель – поездка в другой город, то ценной будет информация о расписании автобусов, поездов, самолётов, стоимости билета и т.д. Количественной мерой её может служить сэкономленное время (и/или деньги).

Если, напротив, достижение цели маловероятно, то удобнее пользовать критерием, предложенным Н.М. Бонгартом и А.А. Харкевичем [4, 67]. Мерой ценности при этом является логарифм отношения вероятностей достижения цели до получения информации (P_{in}) и после этого (P_{fin}):

$$V = \log_2 \frac{P_{\text{fin}}}{P_{\text{in}}}. \qquad (\text{П.4})$$

В обоих случаях ценность может быть как положительной, так и отрицательной (в последнем случае она называется дезинформацией). Примеры использования критерия (П.4) мы обсудим ниже.

Здесь уместно сделать ряд замечаний. Во-первых, формулировка цели определяет множество вариантов, из которых делается выбор. Любая информация, не имеющая отношения к данной цели, обладает нулевой ценностью.

Во-вторых, целей может быть несколько, важно чтобы они не противоречили друг другу. Это возможно в двух случаях. В первом соответствующие целям множества не пересекаются. Например, некто ставит цель: купить определённый предмет для дома и синтезировать вещество с заданными свойствами на работе. Для достижения первой цели необходимо сделать выбор из множества магазинов; для достижения второй – нужно выбрать соответствующие исходные материалы и путь синтеза. Эти множества не пересекаются и цели не вступают в противоречие (если, разумеется, не возникают временны́е накладки). Во втором случае цели образуют иерархическую структуру; достижение каждой предыдущей необходимый этап для достижения главной. Эти цели располагаются по уровням, которые соответствуют уровням в иерархии информаций. Например, некто ставить главную цель: создать нечто новое и полезное для человечества. Достижение её требует формулировки промежуточных целей: овладение нужным уровнем образования, выбор специальности, выбор направления работы и т.д., о чём уже говорилось выше.

Отметим, что в современной теории информации само понятие «цель» имеет человеческий или по крайней мере биологический оттенок. Действительно, слова «я стремлюсь к цели» и «я хочу» почти синонимы. Однако ниже, используя синергетический подход, мы попытаемся расширить это понятие применительно к неживым объектам.

Слово «информация» употребляется часто с эпитетом «новая». Это понятие также нуждается в уточнении. Абсолютно новой может быть только безусловная информация, которая получается экспериментально благодаря расширению области исследования и совершенствованию экспериментальной техники. Что касается новой информации теоретического характера, носящей элемент условности, то здесь вопрос сложнее. Абсолютно новой

её назвать трудно, поэтому далее мы будем говорить о новой, но не в абсолютном смысле, информации.

Иногда новой оказывается информация, не известная данной части общества, но известная другим его частям. Это бывает, когда новая информация не совпадает с уже сложившейся и общепринятой в данной части общества. Часто новой называют информацию, не известную в данный момент времени всему обществу, но известную в данный момент отдельным людям или в прошлом. Это очень распространённый случай; недаром говорят, что «новое – это хорошо забытое старое». Кроме того, в научных архивах хранится колоссальное количество различных предложений, которые в своё время не были приняты обществом по тем или иным причинам. Поэтому велика вероятность того, что возникшая независимо новая информация оказывается сходной с уже лежащей в архиве. Опыт показывает, однако, что легче генерировать новую информацию, нежели «рецептировать» её из архива. Можно привести множество примеров такого типа.

Далее нас будет интересовать вопрос о генерации новой ценной информации. Ясно, что речь пойдёт об условной информации; слово «новая» мы будем употреблять без кавычек и тем не менее не будем упускать из внимания сказанное выше.

Вопрос о рецепции информации обсуждался достаточно детально. Из изложенного ясно, что для рецепции информации на определённом уровне необходимо, чтобы система уже обладала условной информацией на нижних уровнях. Кроме того, необходимо, чтобы в рецептирующей системе существовало всё множество вариантов данного уровня, выбор из которых предлагается в рецептируемом сообщении. Как упоминалось, эти условия обозначаются одним словом – тезаурус. Например, для рецепции информации из математической статьи нужно знать язык, на котором она написана, математический формализм и иметь профессиональную подготовку в данном направлении. Последнее необходимо для того, чтобы предлагаемый в статье вариант решения проблемы был бы воспринят как один из возможных и не показался бы абсурдным или непонятным.

Для генерации информации на данном уровне необходимы те же условия. Разница лишь в том, что выбор варианта делается случайно (по наитию) и, во всяком случае, независимо от стороннего источника.

Подведём итог изложенного выше. Мы обсудили смысл основных понятий теории информации. При этом мы не касались многих технических задач, которые возникают и решаются в теории информации. Круг этих задач достаточно широк, но здесь мы их можем только перечислить.

Во-первых, это экономная и помехоустойчивая передача информации: речь идёт об оптимальной конструкции передающего устройства (включая и «кабель» связи).

Во-вторых, это хранение информации и её рецепция – здесь речь идёт об оптимальной конструкции блока памяти, которая обеспечивает наибольшую ёмкость и вместе с тем доступность запомненной информации. (Наиболее интересны тут задачи о наложении информации и об ассоциативной памяти. Последнее означает, что в блоке памяти могут быть наложены друг на друга информации, относящиеся к разным множествам. Извлечение (рецепция) одного из вариантов данного множества сопровождается при этом ассоциативным восприятием («воспоминанием») варианта из другого множества).

В-третьих, это узнавание образа – здесь речь идёт об оптимальном способе рецепции информации извне (или даже из блока памяти). Сюда же относятся и задачи оптимального сбора информации и создания «банка данных».

Наконец, специальный круг задач связан с кодированием и декодированием информации. Здесь, в зависимости от цели, решаются задачи о создании наиболее трудно расшифровываемого кода или о наиболее простом кодировании.

Перечисленные задачи, конечно, связаны друг с другом. Почти во всех них используется в той или иной мере синергетический подход.

Однако существует проблема, которая в современной теории информации практически не обсуждается. Эта проблема связана с генерацией новой ценной информации и нуждается в синергетическом подходе более, чем остальные; на наш взгляд, она просто не может быть поставлена и решена без синергетики. Именно этой проблеме мы уделим основное внимание.

П.3. ЧТО ТАКОЕ СИНЕРГЕТИКА?

Можно дать несколько определений. Во-первых, буквальный – слово из греческого языка и в переводе означает «**совместное действие**». Наблюдаются новые явления, которые возникают от совместного действия нескольких разных факторов, когда каждый из них к этому явлению в отдельности не приводит. Термин «синергетика» предложен недавно немецким физиком Хакеном.

Во-вторых, синергетику часто определяются как **науку о самоорганизации**. Это означает самопроизвольное усложнение формы, или в более общем случае, структуры системы при медленном и плавном изменении её параметров. Примером служат ячейки Бернара. Явление состоит в следующем. В плоском сосуде с жидкостью, равномерно подогреваемом снизу, самопроизвольно образуются конвективные вихревые течения, если мощность подогрева превосходит некоторое критическое значение. Вихри образуют регулярную структуру, представленную на рис. П.1.

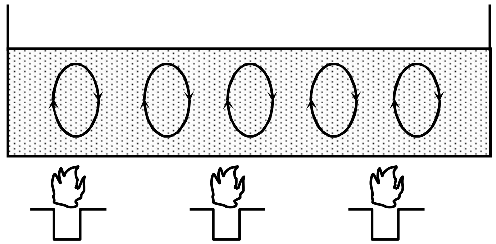


Рис. П.1

Эта структура образуется в результате конкуренции (а также совместного действия) нескольких процессов: теплопроводности, гидродинамической конвекции и теплопередачи. Если мощность подогрева ниже критической, то никаких вихрей не образуется, жидкость остаётся однородной. Неоднородная регулярная структура возникает сама при увеличении параметра – температуры подогрева, в этом и заключается суть явления. Можно привести много примеров подобного рода: образование перистых облаков, геологических структур и т.п. Усложнение формы зародыша живого организма при его развитии (т.е. морфогенез) относится к тому же классу явлений. Сейчас также самопроизвольно возникающие образования объединяются под общим названием – диссипативные структуры (термин предложен Пригожиным).

Примером самоорганизации во времени является самопроизвольное возникновение автоколебаний. Обыкновенные часы, как известно, стоят, если напряжение пружины ниже критического, но начинают работать в периодическом режиме с определённым периодом, если напряжение выше критического. Примеров таких множество. В физике и химии это периодические реакции. В живой природе к таковым относятся все биологические ритмы.

Важный класс явление пространственно-временной самоорганизации – так называемые автоволны (термин предложен Р.В. Хохловым). Наиболее известный и в то же время яркий пример – распространение импульса по нервному волокну. В двух- и трёхмерной средах (например, в сердечной мышце) это же явление выглядит ещё ярче и богаче: тут могут образовываться спиральные волны, тороидальные структуры, концентрические волны и т.п. Здесь, как и в предыдущих случаях, явление исчезает (или возникает) при медленном изменении параметров активной среды. Можно было бы привести ещё много примеров самоорганизации и обсудить их более детально.

Особый класс явлений самоорганизации – самопроизвольное возникновение хаоса, а из хаоса – регулярной структуры. Это мы обсудим позже и более детально в связи с генерацией информации.

Можно дать третье определение: синергетика – это **наука о неожиданных явлениях**. Это определение не противоречит, а дополняет предыдущие. Действительно, все перечисленные явления на первый взгляд неожиданны. При низкой температуре подогрева ячеек Бернара не было, а при увеличении её структура «вдруг» появилась.

То же можно сказать об автоколебаниях: ритмический режим появляется «вдруг» при медленном плавном и монотонном изменении параметров. Можно сказать, что любое качественное изменение состояния системы (или режима её работы) производит впечатление неожиданного. При более детальном анализе выясняется, конечно, что ничего «неожиданно» в этом нет. Причиной «неожиданного», как правило, оказывается неустойчивость. Анализ, вскрывающий причину неожиданного явления, и составляет предмет синергетики.

Метод (или математический аппарат), который используется в синергетике, – это теория динамических систем. Сам метод не нов, он развивается в физике и математике почти столетие. Более того, явления, о которых шла речь выше, также изучались давно. Таким образом, само слово «синергетика» не привнесло в науку ни нового предмета, ни нового метода. Тем не менее формирование синергетики как цельного научного направления произошло недавно, и это явление также закономерно (как и все синергетические явления). Польза его в том, что объединились на базе общих интересов и общего метода учёные, работающие в самых различных областях химии, физики, биологии и других наук.

Математический метод синергетики, т.е. теория динамических систем, основан на дифференциальных уравнениях вида

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{1}{\tau_i} F_i(u_1, u_2, \ldots, u_n) + D_i \Delta u_i\,, \qquad (П.5)$$

где u_i – динамические переменные, например, концентрации реагирующих веществ; $F_i(u_i)$ – функции (а общем случае нелинейные), описывающие их взаимодействие в данной точке пространства; τ_i – характерные времена изменения переменных u_i. Член $D_i\Delta u_i$ описывает распространение динамических переменных u_i в пространстве, в частности, их диффузию (D_i – коэффициент диффузии). Уравнения (П.5) называют также уравнениями реакции с диффузией, поскольку они, в частности, описывают изменение концентрации веществ во времени и пространстве с учётом их диффузии и химических реакций. Принимают, что процессы, описываемые уравнениями (П.5), протекают в ограниченном пространстве – либо одномерном (реакции в трубке длиной L), либо двухмерном (реакции в плёнке шириной порядка L), либо в трёхмерном (реакции в сосуде, размеры которого порядка L). В частном случае, когда все динамические переменные распределены в пространстве равномерно, мы имеем систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{1}{\tau_i} F_i(u_1, u_2, \ldots, u_n)\,, \qquad (П.6)$$

Последнее имеет место, если «длины диффузии» $l_i = \sqrt{D_i \tau_i}$ превышают пространственные размеры L системы. Уравнения

(П.6), именуемые точечными, хотя и проще уравнений (П.5), тем не менее описывают многие неожиданные и интересные явления.

Уравнения (П.5) и (П.6) являются динамическими, т.е. их решения, вообще говоря, однозначно определяются начальными и граничными условиями и, разумеется, свойствами и параметрами самих уравнений. Казалось бы, в такой ситуации ничего неожиданного быть не должно. Тем не менее характерные для синергетики неожиданности здесь возникают в случае, когда решения динамических уравнений теряют устойчивость. Обсудим это важное свойство детально.

Интуитивное представление об устойчивости (или неустойчивости) есть у каждого. Неустойчиво, например, состояние карандаша, поставленного на остриё; неустойчиво также движение шарика по гребню. В то же время движение его по ложбине устойчиво. Более точное представление об устойчивости даёт анализ уравнений движения (и/или стационарных состояний). Этот анализ основан на исследовании поведения малых отклонений от соответствующего решения. Продемонстрируем это на примере стационарных состояний точечной системы. Стационарными являются состояния, соответствующие таким значениям переменных $\bar{u}_1, \bar{u}_2, ..., \bar{u}_n$, при которых все функции $F_i(\bar{u}_1, \bar{u}_2, ..., \bar{u}_n)$ равны нулю. При этом значения u_i не меняются со временем, поскольку все производные также равны нулю. Однако малые отклонения от стационарных значений δu_1 меняются со временем, и их изменение можно описать системой линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{t}{dt}\delta u_i = \sum_j^n a_{ij}\delta u_j \;, \qquad (\text{П.7})$$

где $a_{ij} = \left.\dfrac{\partial F_i}{\partial u_j}\right|_{u_i = \bar{u}_i}$. Решения её имеют вид

$$\delta u_j(t) = \sum_j^n \varepsilon_{ij} e^{\lambda_j t} \;. \qquad (\text{П.8})$$

Здесь ε_{ij} – коэффициенты, пропорциональные начальным отклонениям, $\varepsilon \sim \delta u(0)$; они малы в меру малости последних. Величина λ_j – числа, которые являются решениями алгебраического уравнения: $\det|a_{ij} - \delta_{ij}\lambda_{ij}| = 0$, где δ_{ij} – символ Кронекера такой, что

$\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$ и $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$. Величины λ_j называются также числами Ляпунова и играют главную роль в анализе устойчивости.

Если все числа Ляпунова отрицательны, то состояние устойчиво. Действительно, в этом случае все отклонения со временем уменьшаются, т.е. система стремится обратно к стационарному состоянию, даже если её немного отклонить от него. Если хотя бы одно из чисел Ляпунова положительно, то состояние неустойчиво. Действительно, тогда отклонения $\delta u_i(t)$ возрастают со временем, причём достаточно быстро. Так, в упомянутом примере – карандаш на острие – среди чисел Ляпунова имеют положительные λ, по порядку величины равные ≈ 10 с$^{-1}$. Это значит, что за время порядка 10 с начальные отклонения возрасту в $e^{100} \approx 10^{40}$ раз. Это колоссальная величина; она означает, что карандаш простоит на острие в течение 10 секунд только, если начальные отклонения были меньше 10^{-40} см. Это абсурдно малая величина: фиксировать начальное условие с такой точностью, разумеется, невозможно.

В общем случае числа Ляпунова могут быть комплексными. Устойчивость определяется тогда знаком реальной части. Если среди чисел Ляпунова имеются равные нулю или чисто мнимые, то стационарное состояние называется нейтральным, при отклонении от него не появляются ни возвращающие, ни отклоняющие силы.

Анализ неустойчивых движений основан на том же принципе: определяется временная зависимость малых отклонений от заданной траектории. Используются линейные по отклонениям уравнения (высшими степенями $\delta u_i(t)$ пренебрегают), решения которых имеют вид:

$$\delta u_j(t) = \sum_j \varepsilon_{ij} e^{\lambda_j(t)t} \;. \qquad (\text{П.9})$$

Числа Ляпунова при этом уже не постоянны, а зависят от времени. Траектория является неустойчивой, если среди чисел $\lambda_j(t)$ имеются такие, вещественные части которых положительны при $t \to \infty$.

Подчеркнём важное свойство: числа Ляпунова являются характеристическими (или собственными) числами системы; они не зависят от начальных условий. Таким образом, устойчивость (или неустойчивость) – внутреннее свойство исследуемой системы, а не результат внешнего воздействия. Особенность его в том, что проявляется оно только при наличии малых внешних воздействий.

Эта особенность привела к важным методологическим последствиям. Сейчас приходится пересматривать и подвергать ревизии некоторые, казалось бы, установившиеся в физике понятия. Обсудим два примера.

Рассмотрим понятие абсолютно изолированной системы. Его можно ввести как предел неизолированной системы при стремлении к нулю величины внешнего воздействия. Для устойчивых систем такой предел существует и, следовательно, понятие остаётся в силе. Для неустойчивых систем такого предела, вообще говоря, не существует. Действительно, предел величины $\delta u(t) = \varepsilon e^{\lambda t}$, $(\lambda > 0)$ при $\varepsilon \to 0$ и $t \to \infty$ зависит от порядка стремления аргументов к своим пределам. Формально величину ε (которая отражает меру внешних воздействий) и время t можно считать независимыми. Однако, как мы убедились на конкретном примере, уже при сравнительно небольших временах фактор $e^{\lambda t}$ возрастает столь сильно, что компенсировать его уменьшением ε – задача абсурдная. Суть дела здесь в том, что зависимость $e^{\lambda t}$ очень сильна, конкурировать с ней практически невозможно. Поэтому для неустойчивых систем понятие «абсолютно изолированная система» теряет смысл; можно говорить лишь об относительно изолированной системе.

Требует ревизии и понятие «причины». Обычно под причиной понимают начальные условия (или импульсные внешние воздействия), которые в соответствии с динамикой системы приводят к определённому результату – следствию. На этом языке слова «вскрыть причинно-следственные связи» означают «понять динамику промежуточных процессов». При этом негласно полагают, что причины и следствие соизмеримы. Для устойчивых (или нейтральных) процессов это всегда имеет место. В неустойчивых процессах ситуация иная: очень малая причина приводит к следствию, которое по масштабам с причиной несоизмеримо. Обычно говорят, что причиной явилась неустойчивость, а не малое начальное воздействие. При этом, однако, происходит весьма существенный сдвиг понятий: в качестве причины фигурирует

внутреннее свойство системы, а не внешнее воздействие. Два примера. Хрустальная ваза стоит на середине стола (состояние устойчиво). Столкнули вазу со стола – она разбилась. Виноват «некто», а причина – его неловкие движения.

Рассмотрим второй случай: ваза на краю стола (состояние близкое к устойчивому). Пролетела муха – ваза разбилась. В этом случае муху не обвиняют, а говорят, что причина события в неустойчивом положении вазы. Виноват тот, кто её поставил (так, чтобы никто не был виноват, в жизни обычно не бывает). В основе утверждения «событие произошло случайно» (т.е. без видимой причины) также лежит неустойчивость динамических процессов.

Рассмотрим несколько примеров динамических систем, имеющих отношение к информации. Простейшая бистабильная система может быть описана одним уравнением

$$\frac{du}{dt} = u - u^3. \qquad (\text{П.10})$$

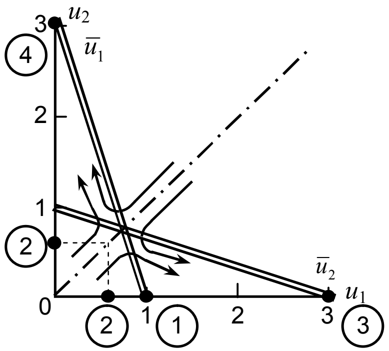
Имеются три стационарных состояния: при $u = 0$ и $u = \pm 1$. Среднее состояние неустойчиво (число Ляпунова равно $\lambda = +1$); состояния $u = +1$ и $u = -1$ устойчивы. Уравнения для малых отклонений в этих состояниях имеют вид:

$$\frac{du}{dt}\delta u = -3\delta u, \qquad (\text{П.11})$$

а числа Ляпунова равны $\lambda = -3$. [Систему (П.10) можно рассматривать как запоминающую ячейку с объёмом информации $I = \log_2 N = 1$ бит; $N = 2$ – число устойчивых стационарных состояний]. Более сложная система с аналогичными свойствами состоит из двух уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt} &= u_1 - u_1 u_2 - a u_1^2; \\ \frac{du_2}{dt} &= u_2 - u_1 u_2 - a u_2^2. \end{aligned} \qquad (\text{П.12})$$

Для исследования таких систем используется очень удобный и наглядный метод – фазовый портрет. Он представлен на рис. П.2. В каждой точке плоскости (u_1, u_2) можно, используя правые части (П.12) вычислить приращения Δu_1 и Δu_2 за один и тот же интервал времени. Эти приращения определяют направление, в котором изменяются u_1, u_2 на плоскости, или, что то же, направление смещения выбранной точки (которую называют изображающей точкой) в плоскости (u_1, u_2). Действуя последовательно, можно найти траектории движения изображающей точки на фазовой плоскости (u_1, u_2).



Двойные линии – изоклины; штрих-пунктирная линия – сепаратриса.
Стационарные состояния:
(1) – неустойчивый узел; (2) – седло; (3) – устойчивый узел;
(4) – устойчивый узел

Рис. П.2. Фазовый портрет системы (П.12) при a = 1/3

Набор траекторий, т.е. фазовый портрет, даёт полное представление о свойствах динамической системы. Для его построения удобно пользоваться линиями, на которых $\Delta u_1 = 0$ или $\Delta u_2 = 0$; эти линии называются главными изоклинами и определяются из условий:

$$\frac{du_1}{dt} = F_1(u_1, u_2) = 0\,;\; \frac{du_2}{dt} = F_2(u_1, u_2) = 0\,. \qquad (\text{П}.13)$$

Стационарные состояния находятся на пересечении главных изоклин.

В нашем примере изоклины вертикалей ($\Delta u_1 = 0$) определяются из условия $F_1(u_1,\ u_2) = u_1 - u_1u_2 - au_1^2 = 0$ и соответствуют линиям $u_1 = 0$ и $u_2 = 1 - au_1$. Изоклины горизонталей ($\Delta u_2 = 0$) определяются из условия $u_2 - u_1u_2 - au_2^2 = 0$ и соответствуют линиям $u_1 = 1 - au_2$ и $u_2 = 0$ (см. рис. П.2). Система имеет четыре стационарных состояния. Первое расположено при $u_1 = u_2 = 0$ и неустойчиво. Оба числа Ляпунова положительны и равны $\lambda_{1,2} = \pm 1$. Такая точка называется ***неустойчивым узлом***.

Второе расположено на биссектрисе $u_1 - u_2 = (1 + a)^{-1}$ и тоже неустойчиво, хотя одно число Ляпунова при этом отрицательно ($\lambda_1 = -1$), а другое положительно ($\lambda_2 = (1 - a)/(1 + a) > 0$). Такая точка называется ***седлом***. Имеются два устойчивых состояния: при $u_1 = a^{-1} = 3 = \bar{u}_1$, ($u_2 = 0$) и при $u_2 = a^{-1} = 3 = \bar{u}_2$, ($u_1 = 0$); в них оба числа Ляпунова отрицательны. Такие точки называются ***устойчивыми узлами***. Вся плоскость разделяется на две области; в каждой из них траектории стремятся к соответствующему устойчивому состоянию. Линия, разделяющая области притяжения, называется ***сепаратрисой***. В нашем случае в силу симметрии системы она совпадает с биссектрисой.

Эта модель позволяет проследить процесс рецепции информации и возникновение её (генерацию). Так, если в силу внешних причин начальные условия не симметричны, то система приходит к определённому стационарному состоянию – это рецепция информации.

Если заранее выбор не предопределён, т.е. начальные условия симметричны и заданы на сепаратрисе, то система сама, по воле случая, выбирает одно из стационарных состояний – это генерация информации. Ниже мы вернёмся к этой системе и обсудим её более детально.

Представление о бистабильной колебательной системе может дать движение шарика в ложбине с двумя лунками. Потенциальная энергия как функция координаты имеет два минимума и один максимум между ними; она может быть представлена, например, функцией

$$V(u) = -k\left(\frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{4}u^4\right),$$

где k – коэффициент жёсткости (рис. П.3).

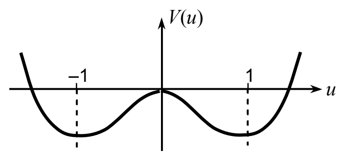


Рис. П.3

Уравнение движения шарика имеет вид

$$m\frac{d^2u}{dt^2}+\eta v=-\frac{\partial V(u)}{\partial u}, \qquad (\text{П}.14)$$

где член ηv соответствует силе трения, $v = du/dt$ – скорость, m – масса шарика. Уравнение (П.14) удобно представить в виде системы уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt}&=v,\\ \frac{dv}{dt}&=-\frac{\eta}{m}v+\frac{k}{m}(u-u^3).\end{aligned} \qquad (\text{П}.15)$$

Будем считать коэффициент трения малым, так что

$$2\gamma=\frac{\eta}{m}<<\sqrt{\frac{k}{m}}\,. \qquad (\text{П}.16)$$

Фазовый портрет системы (П.15) на плоскости (u,v) представлен на рис. П.4. Система имеет три стационарных состояния: при $u = 0$ и $u = \pm1$. Состояние $u = 0$ – седло. Два крайних состояния устойчивы. Числа Ляпунова в них комплексны и равны

$$\lambda_{1,2}=-\gamma\sqrt{\gamma^2-\frac{2k}{m}}\approx im-\gamma\,, \qquad (\text{П}.17)$$

где $\omega=\sqrt{k/m}$

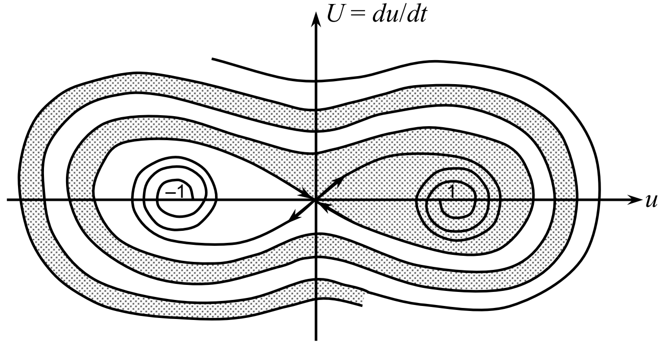


Рис. П.4

Изоклина горизонталей ($\Delta u = 0$) совпадает с осью ординат; изоклина вертикалей $v = k(u{-}u^3)/\eta$ (не приведена, чтобы не загромождать рисунок). Сепаратрисы представлены сплошными линиями. Стационарные состояния: (1) $u = v = 0$ – неустойчивое седло; (2) $v = 0$, $u = +1$ – устойчивый фокус; (3) $v = 0$, $u = -1$ - устойчивый фокус. Вдали от стационарных состояний области притяжения имеют сложную структуру. Толщина слоёв уменьшается при уменьшении коэффициента затухания γ.

Это означает, что приближение к каждому из стационарных состояний совершается периодически, т.е. имеют место затухающие колебания с частотой ω и затуханием γ.

Траектории на фазовом портрете вблизи стационарных состояний представляют собой спирали. Такие точки называются ***устойчивыми фокусами***.

Весьма интересно ведут себя сепаратрисы (жирные сплошные линии на рис. П.4). Они также представляют собой спирали. При малом значении γ (слабом трении) они достаточно близки друг к другу. При этом области притяжения – тонкие слои между сепаратрисами (для наглядности на рис. П.4 одна из них заштрихована). Малое, но конечное изменение начальных условий или малое внешнее воздействие может перебросить изображающую точку в соседний слой, что приведёт к изменению конечного состояния. Физический смысл этого прост: если в начале шарик находится достаточно высоко, то он совершит много колебаний, прежде чем остановиться. Предугадать, где он остановится (без точной фиксации начальных условий и точных расчётов), очень трудно; если же начальные условия расположены на сепаратрисе, то это и невозможно.

Мы остановились на этом примере, чтобы продемонстрировать систему, в которой сепаратрисы заполняют фазовое пространство достаточно плотно (хотя и не сплошь).

Если трение совершенно отсутствует ($\gamma = 0$), то система (П.15) становится консервативной. При этом траектории представляют собой вложенные друг в друга замкнутые кривые. Числа Ляпунова вблизи состояний $u = \pm1$ чисто мнимые, т.е. эти состояния нейтральные. Такие состояния называются ***центральными***. В общем случае шарик не стремится к какому-либо состоянию, а продолжает колебаться на траектории, выбранной вначале.

Один из самых интересных и важных разделов синергетики – так называемый **динамический хаос**. Как в рамках чисто динамической системы возникает хаотический режим с непредсказуемым поведением? Вопрос этот возник сравнительно давно, и история его не лишена драматизма. Людвиг Больцман поставил себе целью «вывести» законы термодинамики, в частности, закон возрастания энтропии, из законов классической механики. В качестве модели идеального газа он рассмотрел систему из многих шаров (число шаров $N >> 1$), которые двигаются и упорно сталкиваются друг с другом. Эта модель получила название «задача о бильярде». С точки зрения синергетики эта модель – динамическая система, содержащая $6N$ переменных (координаты и скорости всех шаров в трёхмерном пространстве). Соответственно фазовое пространство многомерно, т.е. содержит $6N$ измерений. Полная энергия системы сохраняется (как и полагается в классической механике), т.е. система консервативна. Это значит, что соударения абсолютно упругие и «трение» на участках между соударениями отсутствует, поскольку молекулы (т.е. шары) летят в вакууме.

Поставленную задачу Больцман решил, т.е. вывел так называемую Н-теорему, продемонстрировал необратимое возрастание энтропии и выяснил микроскопический смысл самого понятия энтропии. Именно он показал, что энтропия пропорциональна логарифму вероятности застать систему в определённом состоянии (в котором положение и скорости всех шаров фиксированы). В процессе вычислений Больцман использовал гипотезу о том, что изображающая точка, двигаясь по фазовой траектории, равномерно заполняет всё доступное фазовое пространство. Гипотеза получила название молекулярного хаоса, она казалась вполне естественной, хотя в то время и не была обоснована. Результаты Больцмана вошли в науку как замечательное достижение человеческого разума. Тем не менее триумф Больцмана был омрачён. Его коллега и друг математик Цермело сказал, что Больцман в расчётах где-то допустил ошибку. Действительно, исходная система уравнений, которую использовал Больцман, консервативна и обратима во времени (как и любая механическая система без трения), в то время как конечный результат – возрастание энтропии – явно необратим. Следовательно, где-то в расчётах нарушена симметрия исходных положений (в данном случае симметрия отно-

сительно обращения времени); нарушать симметрию нельзя (во всяком случае без всяких оснований). Больцман не смог ответить Цермело и застрелился.

Следующим был замечательный физик Эренфест. Он взялся за решение задачи и сформулировал проблему максимально чётко, но решить её не смог и застрелился. Ответ был дан (точнее, сформулирована основная идея ответа) только в 1945 г. молодым физиком Н.С. Крыловым. Главная идея сводилась к следующему: симметрия в динамических системах может нарушаться и молекулярный хаос может возникать, если динамические решения неустойчивы. Сформулировав эту идею, Н.С. Крылов скончался.

Последовательная математическая теория была развита в работах школы Колмогорова Д.В. Амосовым и Я.Г. Синаем. Было показано, что в задаче о бильярде любая траектория системы неустойчива, т.е. её фазовое пространство сплошь состоит из сепаратрис, а устойчивых состояний вообще нет. Продемонстрируем этот эффект.

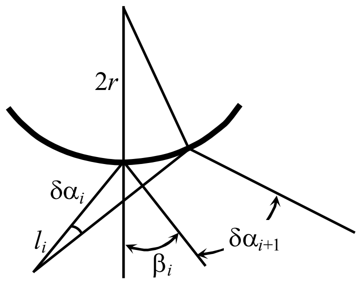


Рис. П.5

Соударение двух шаров радиуса r можно свести к задаче об отражении точки от выпуклой поверхности радиуса $2r$. На рис. П.5 представлены две траектории, которые до соударения были отклонены друг от друга на малый угол $\delta\alpha_i$. Видно, что после соударения угол $\delta\alpha_{i+1}$ становится существенно больше.

Его легко вычислить, используя закон упругого отражения и элементарную геометрию:

$$\delta\alpha_{i+1} = \delta\alpha_i \left[1 + \frac{l_i}{r\cos\beta_i}\right], \qquad (П.18)$$

где l_i – длина пробега шара между соударениями и β_i – угол удара.

Отсюда видно, что при каждом соударении угол отклонения возрастает и после n-го удара будет равен

$$\delta\alpha_n = \delta\alpha_0 \prod_i^n \left[1 + \frac{l_i}{r\cos\beta_i}\right] = \delta\alpha_0 \exp\sum_i^n \ln\left[1 + \frac{l_i}{r\cos\beta_i}\right]. \qquad (П.19)$$

Число соударений n растёт со временем $\sim\nu t$, где ν – частота соударений. Поэтому формулу (П.19) можно представить в виде

$$\delta\alpha(t) = \delta\alpha(0)e^{\lambda t}, \qquad (\text{П}.20)$$

где

$$\lambda = \overline{(1 + l_i / r\cos\beta_i)}\,, \qquad (\text{П}.21)$$

а черта сверху означает усреднение по данной траектории. Величина λ является число Ляпунова; она положительна, и следовательно, отражение от выпуклой поверхности неустойчиво.

Сделаем несколько замечаний.

1. Сказанное относится к любой траектории независимо от начальных условий. Это значит, что неустойчива любая траектория, или, другими словами, в задаче о бильярде любая траектория может считаться сепаратрисой. Здесь мы имеем дело с неустойчивостью особого типа – глобальной неустойчивостью.

2. Число шаров в задаче существенной роли не играет. Глобальная неустойчивость имеет место, даже когда существует всего один шар в плоском бильярде, если хотя бы одна из стенок его выпукла внутрь. Такая система представлена на рис. П.6 и называется бильярдом Синая. В этой задаче фазовое пространство имеет четыре измерения (две координаты и две скорости). Траектория шара в обычном понимании в этом случае представляет собой проекцию фазовой траектории изображающей точки на обычное пространство.

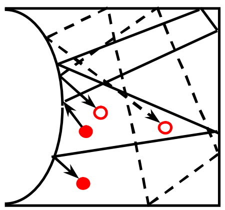


Рис. П.6

3. Глобальная неустойчивость приводит к тому, что поведение системы становится хаотическим и всё доступное фазовое пространство заполняется равномерно. Такие системы по предложению Колмогорова называются ***перемешивающимися*** (К-системами). В них приобретает новый смысл понятие энтропии как меры неустойчивости. Симметрия по отношению к обращению времени в таких системах нарушается, и возникает необратимость опять-таки в связи с глобальной неустойчивостью.

4. В задаче о бильярде радиус взаимодействия имеет чётий смысл – это удвоенный радиус шаров r. Если расстояние между центрами шаров больше $2r$ – силы отсутствуют, если расстояние меньше – сила бесконечна.

В реальных молекулах зависимость силы взаимодействия более плавная. Тем не менее можно ввести «эффективный радиус», если сила обратно пропорциональна, например, кубу расстояния (или зависит от него ещё более резко). В этом случае можно считать, что в формуле (П.21) r – эффективный радиус. В случае, когда сила обратно пропорциональна квадрату расстояния, эффективный радиус формально оказывается бесконечным. Говорят, что такие силы дальнодействующие. Именно такие силы гравитационного и электростатического взаимодействия.

Полагая, что в формуле (П.21) $r \to \infty$, видим, что $\lambda \to 0$. Это значит, что при дальнодействующих силах глобальная неустойчивость отсутствует, даже если число взаимодействующих объектов в системе велико. Этот вывод очень важен; действительно, число объектов, например, в Солнечной системе, достаточно велико: это все планеты, их спутники и т.д. Однако благодаря дальнодействию эти объекты не сталкиваются и движутся по вполне определённым траекториям. Глобальной неустойчивости и хаоса в этой системе нет, что и позволяет жить относительно спокойно.

Таким образом, для возникновения молекулярного хаоса необходимым и достаточным условием является глобальная неустойчивость. Большое число не является ни необходимым, ни остаточным условием; это следует подчеркнуть, поскольку до недавнего времени (да и сейчас) в солидных книгах часто утверждалось обратное.

Сейчас Больцман мог бы ответить Цермело вполне обоснованно и указать не только «причину» молекулярного хаоса, но и очертить область применимости этой гипотезы, в частности привести примеры, в которых она не реализуется.

Теория динамического хаоса имеет также и методологическое значение. Ранее полагали, что молекулярный хаос – удобная форма описания, когда мы не знаем или не можем вычислить истинных траекторий. При этом неявно предполагалось, что вот ужо поднатужимся и сможем их предсказать. Теперь мы убеждены, что поведение неустойчивой траектории никто и никогда не сможет предсказать – это истинное незнание. Данное утверждение, кажущееся негативным, не менее ценно для науки, чем многие позитивные.

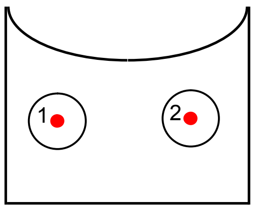
Теория динамического хаоса не исчерпывается задачей с бильярдом. Сейчас найден целый класс промежуточных систем, в которых хаотический режим возможен лишь в некоторых областях фазового пространства. Такие области называют ***странными аттракторами***. Фазовые траектории входят в эти области (откуда и термин «аттрактор»), но не выходят из них, а запутываются внутри (откуда и эпитет «странный»). Странные аттракторы можно рассматривать как стационарные состояния, но не стянутые в одной точке, а размазанные по области фазового пространства. В природе такие системы распространены гораздо шире, чем это можно было бы предположить.

Наконец, в последнее время в синергетике стали активно изучать ещё одно явление – перемешивающий слой. Он играет очень важную роль в процессе генерации ценной информации, поэтому обсудим его подробнее.

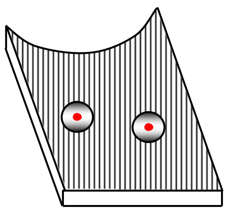
Речь идёт о диссипативных системах, имеющих несколько простых устойчивых стационарных состояний, таких, например, как в задаче о движении шарика в ложбине между двумя лунками. Однако начальные состояния задаются в такой области, что предсказать, в какое устойчивое состояние попадёт система, практически не возможно. В промежуточной области имеется хаотический слой. Строго говоря, он не является аттрактором, поскольку траектории, с одной стороны, в него входят, а с другой – выходят. Однако свойство «странности», т.е. непредсказуемости, в нём имеется.

Человечество уже давно использует такие системы – это игровые машины: рулетка, китайский бильярд или просто орлянка.

Простейший пример: несколько модернизированный бильярд Синая. Рассмотрим случай, когда в этом бильярде дно не плоское, а имеет два углубления; кроме того, учтём, что шар движется по дну с трением, хотя и малым. На рис. П.7 изображён такой бильярд, а также его вид сверху.



а)



б)

Рис. П.7

Нижняя кромка выпуклого отражающего борта бильярда находится выше как самих углублений, так и седловой точки между ними. Поэтому при малой скорости шара он не соударяется с выпуклым бортом и движение его устойчиво. Однако если в начале энергия велика, то шар будет сталкиваться с этим бортом до тех пор, пока его кинетическая энергия за счёт трения не понизится до нужного уровня. Всё это время движение шара будет неустойчивым и хаотическим.

Таким образом, вначале, когда кинетическая энергия велика, задача близка к обычному бильярду Синая. Часть фазового пространства в этой области не сплошь сепаратрисная (поскольку конечных состояний всего два), но как сепаратрисные поверхности, так и сами траектории ведут себя хаотически. В конце при малой скорости область фазового пространства напоминает рис. П.4, где сепаратрисы ведут себя регулярно, хотя и близки друг к другу.

Эту задачу можно рассматривать как «теорию рулетки». Конечно, это не та теория, о которой мечтали герои романов прошлого века и которая позволила бы предсказать (или угадать) результат по начальным условиям. Такой теории нет и быть не может. Однако этот пример позволяет проследить, когда и как здесь возникает ценная информация. Под информацией понимается указание лунки, в которую попадает шарик; ценной, очевидно, является та информация, которая повышает вероятность выигрыша. Смысл и популярность самой игры (как, впрочем, и всех азартных игр) в том, что она имитирует процесс генерации ценной информации, т.е. тот самый процесс, к которому часто приходится прибегать в реальной жизни.

Как известно, в такой игре люди делают ставки. Ставка содержит указание номера лунки и, следовательно, является информацией. Ставку можно сделать в начале, до того как крупье запустил шарик. При этом номер лунки выбирается случайно (по принципу «внутренний голос сказал»), и это – генерация информации в чистом виде. Однако ценность этой информации нулевая, ибо вероятность выигрыша после того, как «внутренний голос сказал», но до запуска шарика, и априорная вероятность выигрыша одинаковые. [Согласно (П.4) при этом ценность $V = 0$]. Можно, однако, делать ставки и после запуска шарика, но до фатальных слов крупье: «Игра окончена». Если крупье зазевался, и шарик уже попал в лунку до его слов, то ставку можно делать наверняка. Но это уже не генерация информации, такого в рулетке практически не бывает. Более интересна ситуация, когда слова «игра окончена» звучат после того, как шарик вышел из перемешивающего слоя и вошёл уже в слой динамический, но в лунку ещё не попал. В этот момент результат уже можно предсказать однозначно. Для этого нужен прибор, фиксирующий координаты и скорости, и компьютер для расчёта траектории. Слова «внутренний голос говорит» здесь уже лишены смысла, если допустить, что упомянутые операции человек может проделать интуитивно (без ЭВМ) и достаточно быстро.

В данном случае это не чистая генерация новой информации; к ней примешана рецепция информации о состоянии системы. Чаще всего слова «игра окончена» звучат в момент, когда шарик не вышел ещё из перемешивающего слоя, но близок к тому. В этот момент результат также можно предсказать, хотя и неоднозначно, а с некоторой вероятностью. Для этого также необходимы точные приборы и ЭВМ, которые, возможно, могут быть заменены интуицией. Именно в эти моменты можно говорить о генерации ценной информации.

Сказать «игра окончена» до запуска шарика (или сразу после этого) невыгодно, поскольку при этом уменьшается число ставок. Это происходит не только из-за сокращения времени, отведённого на ставки; более важен, на наш взгляд, другой фактор. Многие люди играют в рулетку не только ради испытания судьбы, а также для того, чтобы проверить и использовать силу своей интуиции, т.е. способности предсказать траекторию шарика. Это удаётся делать, когда шарик уже близок к завершению своего пути. Преждевременное «окончание игры» исключает такую возможность.

Мы остановились на примере рулетки для того, чтобы продемонстрировать роль перемешивающего слоя в процессе генерации ценной информации. В этом примере человек, делающий ставку, и рулетка выступают как два разных объекта.

Ниже мы вернёмся к вопросу о генерации ценной информации на примере, в котором «ставки» делают элементы системы и сами же влияют на её движение к тому или иному состоянию.

На примере рассмотренных динамических систем уместно снова вернуться к вопросу о микро- и макроинформации.

Начнём с простых бистабильных систем (П.10) и (П.14), (П.15). Если изображающая точка в системе (П.10) [или шарик в системе (П.14), (П.15)] находится в области притяжения определённого устойчивого состояния, то через ограниченное время она обязательно окажется в нём. Число вариантов N задания начальных условий достаточно велико. Так, если начальные условия фиксируются с точностью $\Delta\Gamma = \Delta u_1 \Delta u_2$, то число это равно $N = \Gamma/\Delta\Gamma >> 1$, где Γ – фазовый объём области притяжения. (В системе (10) – площадь плоскости между биссектрисой и абсциссой). Соответствующая информация также велика.

Однако выбор начальных условий из этого большого числа не запоминается системой. Действительно, все эти начальные условия ведут к одному и тому же результату. После того как система пришла к стационарному состоянию, невозможно указать из какой именно начальной точки она «явилась». Можно лишь утверждать что эта точка находилась в области притяжения.

Незапоминаемую информацию мы условились (см. главу 1) именовать микроинформацией.

Запоминаемая, т.е. макроинформация, в нашем случае сводится к выбору одного из двух конечных стационарных состояний. Количество макроинформации при задании начальных условий в любой точке области притяжения равно $I_{\text{макр.}} = \log_2 2 = 1$, т.е. много меньше $I_{\text{микр.}} = \log_2 \Gamma/\Delta\Gamma$.

Таким образом, с точки зрения микроинфорации задание начальных условий или конечного состояния эквивалентно.

Отличия, однако, возникают при извлечении (или рецепции) макроинформации из системы. Рецептировать макроинформацию, т.е. указать, какое из двух состояний реализуется, можно до окончания процесса. Именно к этому стремятся игроки в рулетку. Правда, для этого нужно определить начальное (или моментное) состояние системы с большой точностью. Требования по точности особенно повышаются, если фазовое пространство расслоено сепаратрисами [как в системе (П.14), (П.15)]. В конце процесса результат очевиден и точность для его предсказания не нужна. Поэтому рецептировать макроинформацию до окончания процесса труднее, чем после.

В задаче о бильярде Синая устойчивых стационарных состояний вообще нет. Выбор любого положения шара вскоре забывается и, следовательно, макроинформация здесь отсутствует. Присутствует только микроинформация. Это утверждение на первый взгляд звучит странно, поскольку бильярдный шар – объект макроскопический. Его положение и скорость можно измерить и «запомнить», например, сделав две последовательные фотографии.

Для разрешения вопроса заметим, во-первых, что термин «микро» в нашем случае означает следующее: эта информации не запоминается в данной системе. Термин не имеет прямого отношения к масштабам объекта. Исторически он возник при обсуждении поведения молекул в сосуде с газом и тем был оправдан, поскольку молекула – объект микроскопический. Так он вошёл в теорию информации, хотя сейчас видно, что этот термин не вполне удачен.

Во-вторых, пример с фотоснимками означает, что информация, являющаяся «микро» в одной системе, может быть рецептирована и превращена в макроинформацию в другой системе с другими свойствами. Использовать эту макроинформацию для предсказания поведения шара в далёком будущем (или прошлом) невозможно. Её можно использовать совершенно в иных целях. Например, два моментальных фотоснимка бильярда Синая могут играть роль пароля и ответа в детективном романе; и это будет макроинформацией. Ясно, однако, что эта информация другого качества и собственно к бильярду Синая прямого отношения не имеет.

Наконец, в задаче о рулетке вначале в перемешивающем слое имеется только микроинформация. При выходе из этого слоя появляется макроинформация. Задача упоминавшегося «внутреннего голоса» – рецептировать макроинформацию в момент её появления.

П.4. ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ

Это направление появилось сравнительно недавно. Цель его – сформулировать основные понятия информации на языке теории динамических систем, или, другими словами, на языке синергетики. Такой подход позволяет построить динамическую модель информационного процесса и проследить эволюцию появления (рождения) информации и изменения её ценности.

Кроме того, при этом можно поставить вопрос: в какой мере понятие «информации» привязано к человеческому обществу и могут ли информационные процессы протекать в неживой природе?

Наиболее остро здесь стоит вопрос о ценности информации, ибо он связан с целью. В современной теории информации вопрос о выборе цели практически не обсуждается, принимается, как мы уже говорили во введении, что цель либо ставится извне (точнее, свыше), либо появляется как естественное желание.

Такая постановка задачи естественна, если речь идёт о живых существах (необязательно разумных, хотя это часто предполагается). Действительно, для живых существ характерно хотеть чего-либо; ясно, что само понятие «желание» эквивалентно формулировке цели.

Мы попытаемся сформулировать понятие цели (и следовательно, ценной информации) для неживых объектов.

Актуальность такой задачи связана с появлением ценной биологической информации в процессе возникновения жизни. Действительно, переход от неживой материи к «живым»[1] существам представляет собой процесс возникновения ценной информации и, следовательно, цели. Поэтому вопрос: при каких условиях неживые молекулы обрели способность «желать», является крайне важным.

Будем использовать аппарат теории динамических систем, который позволяет чётко сформулировать такое понятие, как «цель», и проследить пути её достижения.

Сделаем ряд предварительных замечаний.

1. Информацию мы будем понимать в смысле Кастлера, т.е. как выбор одного из $N > 1$ возможных вариантов и запоминание его.

2. Мы будем рассматривать автономные динамические системы, поскольку наша задача – проследить самопроизвольное возникновение цели внутри них. В неавтономных системах цель может задаваться извне.

3. Система должна состоять из образцов нескольких (по крайней мере двух) различных типов, принадлежащих одному множеству. Это позволяет считать, что объект i-го типа обладает информацией в смысле Кастлера. Примером таких объектов служат, например, молекулы оптически активных веществ, которые могут существовать в двух изомерных формах: правой и левой.

[1] Сразу оговоримся: под живой природой здесь и далее понимаются не только живые существа (в частности, люди), но и искусственные приборы, ими созданные (в частности, ЭВМ). Соответственно под неживой природой понимается всё иное.

4. Автономная динамическая система, состоящая из упомянутых объектов (элементов), может обладать информацией, если она мультистабильна, т.е. имеются несколько (по крайней мере два) стационарных устойчивых состояния. Свойство мультистабильности зависит от взаимодействия элементов. Ниже мы будем рассматривать только мультистабильные (в частности, бистабильные) системы.

5. Информация, которой обладают элементы, по качеству может совпадать с информацией всей системы, но может и не совпадать. Система из оптически активных молекул может иметь два стационарных устойчивых состояния, в одном из которых преобладает правый изомер, а в другом – левый. При этом информация элемента (т.е. выбор свойства быть правым или левым) совпадает по качеству с информацией всей системы. С другой стороны, полная динамическая система может быть би- (и даже более) стабильной, но при этом стационарные состояния отличаются не преобладанием какого-либо изомера, а другими свойствами (например, разные агрегатные состояния). Тогда выбор стационарного состояния всей системы не имеет отношения к выбору, который происходит при возникновении её элементов. В этом случае мы будем считать, что информация, возникающая в системе (при выборе стационарного состояния) не совпадает по качеству с информацией её элементов. Отметим, что понятие «качество информации» отличается от понятия «ценность информации». Как увидим, последнее можно ввести только по отношению к информациям одинакового качества.

6. Условия генерации и запоминания информации накладывают дополнительные ограничения на вид динамической системы. Во-первых, система должна быть симметрична по отношению к перестановкам индекса i. Это необходимо для того, чтобы выбор i-го варианта не был предопределён заранее. Во-вторых, система должна содержать члены «возникновения» и «исчезновения» элементов i-го типа. Поэтому можно ввести время жизни каждого элемента τ_j, которое меньше времени существования всей системы (последнее формально бесконечно). Каждый элемент может запомнить свою информацию только на время порядка своего времени жизни. Запоминание на более долгое время возможно, если имеет место автокаталитическое воспроизводство. Это означает, что i-й элемент способствует возникновению объектов того же типа. Отметим, что свойство автокатализа характерно для живых объектов, однако оно имеет свойство и в неживых системах, в частности, во многих химических реакциях. Таким образом, это условие, весьма важное для последующего, не является ограничением, отбирающим только живые объекты.

7. Для описания генерации информации (т.е. случайного выбора) необходимо, чтобы в динамической системе существовало неустойчивое состояние.

Генерация информации возможна в случае, когда в динамической системе имеется перемешивающий слой. Действительно, только в этом случае заданием начальных условий не предопределяется конечный результат. Иными словами, только в этом случае возникновение информации (т.е. выбор варианта) происходит случайно и независимо от начальных условий.

Учитывая изложенные выше замечания, можно предложить в качестве информационной динамическую систему вида

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{\bar{\tau}_i} u_i - b_i \sum_{j \neq i} u_i u_j - a_i u_i^2 \,, \; a_i < b_i, \qquad (\text{П.22})$$

где u_i – число (или, точнее, концентрация) элементов i-го типа, т.е. в каждом элементе уже сделан выбор одного из n вариантов и, следовательно, каждый элемент обладает информацией i-го типа.

Член $\bar{\tau}_i u_i^{-1}$ описывает автокаталитическое воспроизводство; $\bar{\tau}_i$ – характерное время этого воспроизводства (авторепродукции). Член $b_i u_i u_j$ описывает взаимодействие элементов. Этот член отрицателен; это означает, что взаимодействие носит антагонистический характер (или конкурентный). Иными словами, при встрече двух разных элементов каждый из них стремится навязать другому свою информацию, либо «убить» его. Член $a_i u_i^2$ описывает эффект «тесноты», т.е. разрушение (гибель) при встрече двух одинаковых элементов; этот член существенен, если концентрация одинаковых элементов становится очень большой.

Примем, что параметры $\bar{\tau}_i$, b_i, a_i одинаковы, не зависят от индекса i, и обозначим их просто $\bar{\tau}$, b и a. Это условие обеспечивает равноправие элементов разного типа.

Частные случаи системы (П.22) уже обсуждались в литературе применительно к различным конкретным процессам. Во-первых, уравнения (П.22) использовались для описания возникновения единицы биологического кода. В качестве элементов в этом случае рассматривались простейшие белково-нуклеотидные комплексы – гиперциклы (термин Эйгена). Это ещё не живые объекты, но обладающие способностью стать ими.

Во-вторых, простейший вариант уравнений (П.22) при $N = 2$ использовался для описания нарушения киральной симметрии, т.е. возникновения системы, содержащей оптические изомеры преимущественно одного типа (правые или левые), из рацемической смеси.

В обоих случаях антагонистическое взаимодействие присутствует и имеет простой физический смысл: при встрече двух разных элементов образуется объект, неспособный даже к автокаталитическому воспроизводству.

Обсудим свойства системы (П.22). Удобно представить её в безразмерном виде, введя переменные:

$$t' = t/\bar{\tau}\,,\; u_i' = b\tau u_i\,,\; a' = a/b\,. \qquad (\text{П.23})$$

Тогда (П.22) примет вид:

$$\frac{du_i}{dt'} = u_i' - \sum_{j\neq i} u_i' u_j' - a' u_i'^2\,. \qquad (\text{П.24})$$

Далее будем работать с системой (П.24); при этом полагаем, что $a \ll 1$, и штрихи опустим.

В системе (П.24) имеются N устойчивых стационарных состояний. В них присутствуют только элементы определённого типа, например, в j-м состоянии $u_j = a^{-1}$ и все остальные $u_{j\neq i} = 0$. В этом легко убедиться, подставив указанные значения в (П.24); правые части при этом обращаются в нуль. Кроме того, имеется нулевой стационарное состояние (все $u_i = 0$); оно неустойчиво, поскольку все числа Ляпунова положительны и равны единице. Симметричное состояние, в котором все u_i одинаковы и равны $u_i = u = (N{-}1{+}a)^{-1}$, также неустойчиво (типа седла); в нём одно из чисел Ляпунова отрицательно, но остальные положительны и равны $\lambda = \bar{\lambda} = (1{-}a)/(N{-}1{+}a)$.

Обсудим кинетические характеристики системы (П.24). Время жизни элемента j типа τ_j обратно пропорционально вероятности

его гибели в единицу времени w_j: $\tau_j = w_j^{-1}$. Вероятность гибели зависит от двух факторов: от тесноты (член au_j^2) и от взаимодействия с элементами другого типа (член $\sum u_i u_j$). Поэтому вероятность w_j и соответствующее время τ_j равны соответственно

$$w_j = \frac{1}{u_j}\left(\sum_{j\neq i}^{N} u_i u_j + a u_j^2\right) = \sum_{j\neq i}^{N} u_i + a u_j = \tau_j^{-1}\,. \qquad (\text{П.25})$$

Подставляя значения $u_i = u_j = u$, находим, что вблизи симметричного неустойчивого состояния все $\tau_j = 1$.

Напомним, что система (П.24) «обезразмерена», и время жизни $\tau_j = 1$, согласно (П.23) соответствует времени авторепродукции.

Вблизи устойчивого стационарного состояния j-го типа ситуация иная. Время жизни j-го элемента по-прежнему равно времени авторепродукции, т.е. единице. Время жизни элемента любого другого типа много меньше: $\tau = a \ll 1$.

Характерное время развития неустойчивости вблизи симметричного состояния равно $T = \lambda^{-1} = (N{-}1{+}a)/(1{+}a)$. Если число разных типов N не очень велико ($N = 2\ldots3$), то $T \cong 1$, т.е. того же порядка, что и времена жизни τ_j. При $N \gg 1$ неустойчивость развивается медленно и характерное время велико: $T \sim N \gg 1$.

Итак, система (П.24) при $a < 1$ является мультистабильной. При этом в устойчивых состояниях присутствуют только элементы определённого типа. Можно сказать, что информация всей системы в этих состояниях совпадает по качеству с информацией элементов. Ниже мы будем называть такие состояния ***чистыми***. Система (П.24) симметрична, и все элементы разного типа априори равноправны. Это условие важно для того, чтобы выбор варианта был действительно случайным. Следовательно, симметричную систему целесообразно рассматривать лишь в том случае, если мы хотим проанализировать процесс генерации информации. Можно также сказать, что симметричная система соответствует положению Орвела: «all animals are equal» («все животные равны»). Вторая часть утверждения Орвела: «but some of them are more equal than others» («но некоторые из них более равны, чем другие») реализуется в модели (П.24) самопроизвольно.

Отметим также, что основные качественные свойства модели (П.22) сохраняются и в том случае, когда система априори не симметрична. Так, если в системе (П.22) параметры $\bar{\tau}_i$, b_i, a_i хотя и различны, но одного порядка (т.е. отличаются не более чем в дватри раза), то в ней тоже существуют N чистых устойчивых стационарных состояний. Размеры их области сопоставимы. При этом элементы какого-либо j-го типа могут вытеснить всех остальных, даже не обладая априорными преимуществами. В случае, когда коэффициенты $\bar{\tau}_i$, b_i, a_i отличаются (при разных i) очень сильно, и какой-либо j-й тип обладает очень большим преимуществом, выбор конечного состояния предопределён. Этот случай соответствует не генерации информации, а рецепции её, или, что то же, проявлению заранее предшествующей информации.

В системе (П.24) отсутствует перемешивающий слой. Однако такой слой образуется, если учесть, что система эволюционирует в пространстве и её системы могут в ней перемещаться, т.е. диффундировать. Распределённая в пространстве система (П.24) может быть записана в виде:

$$\frac{du_i}{dt} = u_i - \sum_{j\neq i}^{N} u_i u_j - a_i u_i^2 + D\Delta u_i\,, \qquad \text{(П.26)}$$

где D – коэффициент диффузии.

Мы будем рассматривать систему (П.26) в ограниченной области пространства размером L и считать, что границы непроницаемы (т.е. элементы за них не могут выходить). Граничные условия в этом случае имеют вид $\partial u_i/\partial\vec{n} = 0$ ($\vec{n}$ – вектор нормали к поверхности границы). Удобно ввести безразмерные переменные, положив $x = x'/l$, где $l = \sqrt{D\bar{\tau}}$ – длина диффузии, x – пространственная координата. Тогда система (П.26) примет вид:

$$\frac{du_i}{dt} = u_i - \sum_{j\neq i}^{N} u_i u_j - a_i u_i^2 + \Delta u_i\,. \qquad \text{(П.27)}$$

В случае, если L меньше или порядка длины диффузии, то все элементы успевают перемешаться. При этом градиенты концентраций выравниваются и член Δu_i стремится к нулю. Мы возвращаемся к системе (П.24). Нетривиальные эффекты возникают

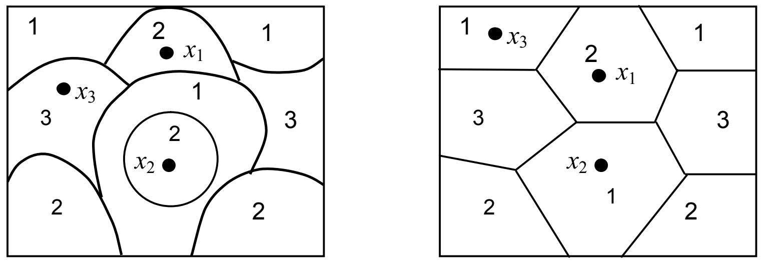
при $L >> l$ (или, в наших единицах, $L >> 1$). Процесс развития системы чётко делится на ряд этапов (или стадий).

I. Образование «чистых» областей (кластеров), в которых преобладают элементы определённого типа (разные для разных областей). Это происходит в силу неустойчивости симметричного состояния: характерное время этого этапа порядка времени развития неустойчивости. Оно равно

$$\tau_{\rm I} \cong \frac{N-1+a}{1-a}\,. \qquad \text{(П.28)}$$

Если число конкурирующих типов N достаточно велико, то первая стадия развивается медленно.

II. Расширение кластеров до момента, когда всё пространство будет покрыто мозаикой из «чистых» областей и границ между ними. Пример такой мозаики приведён на рис. П.8,*а*. Характерные размеры областей мозаики $l_{\rm II}$ и характерное время их образования $\tau_{\rm II}$ зависят от подвижности элементов и имеют следующий порядок: $l_{\rm II} \approx 1$, $\tau_{\rm II} \cong 1$ (или, в размерных величинах, $l_{\rm II} \cong l = \sqrt{D\bar{\tau}}$, $\tau_{\rm II} = \bar{\tau}$).



а) *б)*

Рис. П.8

III. Выпуклые или вогнутые границы между областями не стабильны. С течением времени они превращаются в плоские. При этом уменьшается ареал обитания кластера, имевшего выпуклую границу. Кластеры, которые целиком погружены в область другого типа (например, кластер 2 на рис. П.8,*а*) и имеют выпуклую границу всюду, просто исчезают. В результате число кластеров уменьшается (рис. П.8,*б*). Образуется структура типа паркета с плоскими границами между кластерами. Поперечные размеры этих границ порядка длины диффузии l.

IV. Чётвертая стадия протекает существенно медленнее. Антагонистическое взаимодействие происходит лишь на фронтах раздела между кластерами. Побеждает тот кластер, который перед этим захватил больший ареал обитания. Фронты движутся в направлении уменьшения ареала обитания меньших кластеров. Однако движение это очень медленное. В случае, если области обитания обоих конкурирующих кластеров L_i и L_j достаточно велики, скорость фронта v мала в меру $v \sim \exp(-L_i / l)$, где L_i – размер наименьшей области обитания. Заканчивается процесс, когда наибольший кластер займёт всё доступное пространство. Образовавшееся чистое состояние устойчиво и далее не эволюционирует.

Важно, что первые три стадии носят стохастический характер, конечный результат на этих стадиях однозначно предсказуем. Четвёртая стадия формально может рассматриваться как динамическая. Нужно, однако, иметь в виду, что в начале этой стадии движение плоских фронтов весьма чувствительно к внешним случайным воздействиям.

Полностью динамическим процесс становится, когда один из кластеров занимает львиную долю всего пространства. На этом этапе результат предсказуем и даже тривиален.

Таким образом система (П.27) удовлетворяет условиям (1–7), т.е. является информационной. Это позволяет на примере модели (П.27) поставить вопрос о ценности информации, обсудить генерацию ценной информации и её эволюцию. Для этого необходимо сформулировать в рамках модель цель. Само понятие цели в современной теории информации предполагает, что объект, обладающий целью, взаимодействует с другими объектами (в частности, себе подобными). Отсюда следует, что в рамках автономной динамической системы целью может обладать каждый элемент, но не вся система в целом.

Зная в рамках модели (П.27) поведение всей системы и её элементов, можно сказать, что целью каждого элемента является сохранение своей информации на достаточно долгое время. С этих позиций мы и будем определять ценность информации, которой обладает данный элемент в данных условиях.

Уместно сделать несколько замечаний.

1. Определение цели допускает несколько, в принципе эквивалентных, формулировок. Например, можно сказать, что целью является выбор такой информации, которая сохранится в будущем. Можно также сказать, что целью является распространение своей информации на всю систему.

Эти формулировки отличаются лишь акцентами. Так, слово «сохранить» подчёркивает пассивное поведение, слова «распространить» или «выбрать» имеют более активный характер. Однако в нашей модели, описывающей, в частности, неживые объекты, поведение элементов определяется моделью и эмоциональные акценты несущественны.

2. Весьма важно узнать, на какое именно время сохранится информация. Здесь есть три варианта: можно стремиться сохранить информацию на бесконечно долгое время (такую цель мы будем называть ***асимптотической***); можно стремиться сохранить информацию на время порядка времени эволюции системы (такую цель мы будем называть ***прогностической***); наконец, можно стремиться сохранить информацию лишь в данный момент времени, не заботясь о будущем (такую цель мы будем называть ***конъюнктурной***). Эти же термины мы будем употреблять и по отношению к соответствующим ценностям информации.

3. Применительно к живым объектам, в частности, к биологической эволюции, цель – сохранение своей информации - представляется очевидной. Она в зависимости от времени (см. п.1) соответствует сохранению индивидуума или вида.

4. Формулировка единой цели для всех элементов в системе (П.27) не исключает появления многих различных целей в более сложной системе. Дело в том, что система (П.27) не претендует на описание иерархической многоуровневой информационной системы. Модель (П.27) описывает информационную самоорганизацию системы на данном уровне.

Чтобы описать другие уровни, необходимо и достаточно допустить, что все элементы чистого (например, j-го) состояния в действительности неодинаковы, но не по главному признаку (который мы обозначили как j), а по другим дополнительным признакам. Тогда конечное j-е чистое состояние можно рассматривать как начальное (не чистое) на другом уровне.

П.5. ЦЕННОСТЬ ИНФОРМАЦИИ

Определив цель, мы можем теперь обсудить проблему ценности информации и её эволюцию; при этом будем использовать свойства модели (П.27).

Начнём с асимптотически ценной информации, которая соответствует цели: сохранить свою информацию в далёком будущем.

Ценность информации в момент времени t согласно (П.4) равна

$$V_j(t) = \log_2 P_j^\infty[\vec{u}(x,t)] / P_j^0 . \qquad (29)$$

Здесь $P_j^0 = N^{-1}$ – априорная вероятность выбора j-го варианта из N возможных; она не зависит от j и играет роль нормировочного коэффициента (далее обозначим её символом P^0); $P_j^\infty[\vec{u}(x,t)]$ – вероятность того, что вся система асимптотически перейдёт в j-е стационарное состояние при условии, что в момент времени t в точке пространства x имелся набор переменных $u_1, u_2, \ldots, u_N$ (здесь и далее он обозначен как N-мерный вектор $\vec{u}(x,t)$).

Вероятность $P_j^\infty[\vec{u}(x,t)]$ характеризует всю систему в целом; она одинакова во всех точках пространства x (поскольку асимптотически становится пространственно однородной). Величина $P_j^\infty[\vec{u}(x,t)]$ зависит от бесконечного числа значений $\vec{u}(x,t)$ в каждой точке пространства; иными словами она является функционалом (аргументы помещены в квадратные скобки).

Пусть в $t = 0$ система находится в симметричном неустойчивом состоянии. Тогда все варианты представлены одинаково: $u_1 = u_2 = \ldots = u_N = (N-1+a)^{-1}$ во всех точках пространства. Тогда величины $P_j^\infty[\vec{u}(x,t)]$ тоже одинаковы (не зависят от индекса j) и, следовательно, равны $P_j^\infty[\vec{u}(x,t)] = N^{-1} = P^0$. Ценность информации любого типа (в частности, j-го) при этом $V_j(0) = \log_2 1 = 0$.

В асимптотической ситуации (при $t \to \infty$) система переходит в одно из устойчивых состояний (например, j-е). При этом значения всех переменных $u_i \neq (x, \infty) = 0$, за исключением переменной $u_j(x, \infty) = a^{-1}$ и одинаковы во всех точках пространства.

Величины $P_i^\infty[\vec{u}(x,t)]$ в этом случае таковы: $P_j^\infty = 1$, $P_{i\neq j}^\infty = 0$. Асимптотические ценности информаций составляют

$$V_j(\infty) = \log_2 1/P^0 = \log_2 N = V_{\max}, \qquad \text{(П.30)}$$
$$V_{i\neq j}(\infty) = \log_2 P_{i\neq j}^\infty / P^0 = -\infty,$$

т.е. ценность информации j-го типа стремится к максимально возможному значению, а ценность любой другой отрицательна.

В промежуточные моменты времени вычислить вероятность $P_j^\infty[\vec{u}(x,t)]$ труднее, поэтому ограничимся качественными оценками. В моменты времени, соответствующие стадии мозаики и началу стадии паркета, система находится в перемешивающем слое. Предсказать здесь результат невозможно, точнее, реализации вех вариантов равновероятны. Ситуация такова, как и в начале, и ценность любой информации равна нулю.

В конце стадии паркета система близка к выходу из перемешивающего слоя. Можно выделить один преобладающий кластер (или несколько, но немного). Вероятность того, что именно этот (например, j-й) кластер вытеснит все остальные, велика, но всё же меньше единицы. Вероятность того, что всё же возобладает какой-либо кластер (например, i-й) меньше предыдущей, но всё же не равна нулю.

В этот момент времени можно расположить вероятности по порядку их убывания:

$$1 > P_j^\infty > P_i^\infty > \ldots > P_N^\infty > 0. \qquad \text{(П.31)}$$

Учитывая, что $\sum_j P_j^\infty = 1$, можно утверждать, что максимальная вероятность больше, чем $P^0 = N^{-1}$, а минимальная меньше P^0.

Соответственно так же можно расположить ценность информации:

$$V_{\max} = \log_2 N > V_j(t) = \log_2 \frac{P_j^\infty}{P^0} > V_i(t) > \ldots > V_N(t). \qquad \text{(П.32)}$$

Ценность информации j-го типа положительна, хотя и меньше максимального значения. Минимальная ценность $V_N(t)$ меньше нуля, но всё же не бесконечно отрицательна.

В моменты времени, соответствующие заключительному этапу, система уже вышла из перемешивающего слоя и развивается далее чисто динамически. Результат здесь полностью предсказуем и, следовательно, вероятность того, что реализуется определённое (например, j-е) состояние, равна единице, а остальные вероятности равны нулю (несмотря на том, что другие кластеры ещё присутствуют, как например, на рис. П.9). Ценность информации здесь соответствует выражениям (П.30).

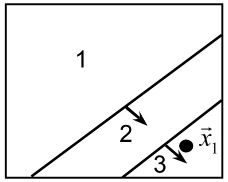


Рис. П.9

Из представленной картинки следует, что ценность информации изменяется постепенно, наиболее существенные изменения происходят при выходе системы из перемешивающего слоя.

Этот эффект – постепенное повышение ценности информации – очень важен для понимания эволюции информационных процессов. Поясним это на только что приведённом примере.

Итак, пусть через довольно большое время система пришла в j-е устойчивое состояние. Это значит, что почти все её элементы обладают одинаковой информацией j-го типа. Число элементов $\Re$ в системе, как правило, велико.

Забудем на минуту о том, что такое «чистое» в информационном смысле состояние – результат некоего динамического процесса; предположим, что оно возникло случайно. Вероятность такого события легко оценить; она равна $w = N^{-\Re}$. Если число вариантов $N = 2$ (минимальное значение), а число $\Re$ порядка тысячи, то эта вероятность $w \cong 2^{-1000}$, т.е. абсурдно мала, – иными словами, такое событие невероятно. Это утверждение очевидно даже без оценок, с чисто житейской точки зрения. Действительно, с чего бы много элементов случайно «выберут» один и тот же вариант, как будто «сговорились». Гораздо более вероятно, что они «выберут» разные варианты, так что в среднем каждый вариант будет представлен одинаково. Заметим, однако, что в последнем случае состояние будет близко к симметричному, т.е. – в рамках модели – неустойчивому. Любая информация в этом состоянии не является ценной (обладает нулевой ценностью).

Теперь вспомним, что «чистое» состояние j-го типа возникло по воле случая, но образовалось оно из «не чистого» в результате динамического процесса (не вполне случайного, хотя и содержащего стохастический элемент). Иными словами, $\Re$ элементов выбирали j-й вариант именно «сговорившись». В рамках модели «сговор» состоял в антагонистическом взаимодействии. В результате «чисто» состояние возникло с вероятностью, равной единице, т.е. с необходимостью.

Из рассмотренного примера следуют два вывода. Во-первых, случайное возникновение ценной информации сразу (за один акт) в большой системе практически невероятно, в то время как столь же случайное возникновение информации не ценной, происходит с неизбежностью. В системе из $\Re$ элементов вероятность случайного возникновения максимально ценной информации равна $w = 2^{V_{\max}\Re}$, где $V_{\max}$ – максимальная ценность информации.

Во-вторых, случайно возникшая не ценная информация в информационной системе постепенно повышает свою ценность, вплоть до максимальной. В результате эволюции возникает система, в которой элементы обладают максимально ценной информацией.

Второй вывод не так тривиален, как может показаться на первый взгляд. Действительно, мы привыкли к тому, что ценная информация может получиться в системе в результате чисто динамического процесса. В этом случае говорят о рецепции информации. Тогда возникают вопросы: откуда поступила эта информация, что послужило причиной её появления и т.д.? Случайность здесь рассматривается лишь как фактор, мешающий рецепции информации, искажающий её. В нашем случае речь идёт о другом. Информация появляется случайно; последующий динамический процесс не есть, строго говоря, процесс рецепции ценной информации, его назначение другое – повышение ценности информации. Можно, конечно, сказать, что это «рецепция информации из случайного шума», звучит красиво и привлекает своей недоговорённостью. Смысл, однако, остаётся прежний: это процесс постепенного повышения ценности информации. Главное отличие его от прямой рецепции в том, что в данном случае не нужно искать причину появления именно этой ценной информации; более того, этой причины просто нет, поскольку она возникла случайно.

Рассмотрим несколько примеров возникновения ценной информации в различных областях науки.

Первый пример относится к биологической эволюции и, в частности, к вопросу возникновения жизни. Здесь есть несколько проблем. Первый вопрос: как накопились необходимые вещества – сахара́, липиды, аминокислоты и нуклеотиды? Этот вопрос в принципе решён: все необходимые ингредиенты могли образоваться за счёт энергии света, извержения вулканов, электрических разрядов в атмосфере и других термодинамических неравновесных процессов. Ряд деталей здесь требует уточнения, но в целом ситуация ясна.

Второй вопрос: как возникли «элементы», способные к автокаталитическому воспроизводству, т.е. полинуклеотиды и полипептиды (белки)? Этот вопрос сейчас тоже можно считать решённым. Показано, что перечисленные выше биологически активные вещества в условиях, вполне реальных для Земли, могут концентрироваться, т.е. образовывать «капли», которые получили название «коацерваты» (по Опарину), «микросферы» (по Фоксу) или «маринограны» (по Эгами). В них могут протекать процессы полимеризации, т.е. образовываться случайные двунитчатые полинуклеотиды (ДНК) и полипептиды. При этом полипептиды, образовавшиеся на двойной спирали ДНК (со случайной последовательностью), могут выполнять как защитную роль, так и репликазную (последнее означает, что белки обеспечивают репликацию в комплементарное размножение, или, что то же самое, автокаталитическую реакцию). «Элементы», обладающие свойством размножаться, мы вслед за Эйгеном будем называть гиперциклами.

Оба этих вопроса находятся, по существу, в области компетенции физической химии, ответ на них даётся в терминах и понятиях этой же науки.

На нашем языке оба вопроса можно поставить в такой форме: как возникла информационная система (в том смысле как она определена выше)? Ответ: система этого типа (но ещё не сама информация) вполне могла возникнуть в соответствии с законами физики и химии.

Третий вопрос: как возникла ценная биологическая информация? В неё входит, во-первых, генетический код, и, во-вторых, смысловая информация, записанная с его помощью. Генетический код означает определённое соответствие между тройками нуклеотидов (кодонами) и соответствующими им аминокислотами. Код вырожден, т.е. нескольким кодонам соответствует одна и та же аминокислота. Однако обратное вырождение практически отсутствует, т.е. случаи, когда одному кодону соответствует несколько аминокислот, представляют редчайшее исключение. Генетический код обычно представляют в виде таблицы. В современной биосфере код реализуется с помощью специальных белков-переводчиков (в биохимии они имеют длинное название: аминоциладенилатсинтетазы) и транспортных рибонуклеиновых кислот (т-РНК). Число различных кислот-переводчиков примерно 64, что соответствует числу различных кодонов; такого же и число различных т-РНК. На каждом белке-переводчике имеется антикодон, комплементарный соответствующему кодону т-РНК, и удалённое от него место прикрепления соответствующей аминокислоты. Транспортная РНК представляет довольно большую молекулу с двумя удалёнными друг от друга активными местами. На оном месте имеется кодон, который взаимодействует с антикодом белка-переводчика, на другое место переходит соответствующая аминокислота с того же белка-переводчика.

Иными словами, при современном биосинтезе кодон (или антикодон) с соответствующей ему аминокислотой никогда прямо не контактирует. Отсюда следует, что любой код, полученный, например, перестановкой аминокислоты в таблице, работал бы в современной биосфере столь же успешно. Перестановка аминокислоты означает просто замену белков-переводчиков другим набором аналогичных белков, но с другими сочетаниями центров узнавания. Число различных и функционально эквивалентных кодов порядка или больше числа перестановок в наборе из двадцати участвующих в белках аминокислот, т.е. $N \cong 20! \cong 10^{27}$. Тем не менее в современной биосфере представлен только один-единственный вариант кода.

Таким образом, в биологической эволюции (точнее, в самом её начале) произошёл выбор одного варианта из $N = 10^{27}$ возможных, и возникла чистая, т.е. не содержащая «элементов» с другим вариантом кода, система. Иными словами, возникла ценная информация. Вопрос, как это произошло, – сейчас самый главный. Считать, что как сам код, так и система белков-переводчиков возникли случайно и сразу, нелепо. Оценки вероятности свидетельствуют о том, что такое невозможно.

В настоящее время сделано несколько попыток ответить на этот вопрос. Наиболее тривиальная мысль – считать, что существующий на земле вариант кода существенно лучше других и потому он и только он реализовался. Подчеркнём: преимущество должно быть очень сильным, поскольку представители других вариантов отсутствуют. Эта точка зрения высказывалась неоднократно (в разных вариантах), но достаточно веских аргументов в её пользу нет. Другая тоже достаточно популярная идея – информация о коде привнесена на Землю из космоса (а может быть, из ещё более высокой инстанции). Разумеется, это не решение вопроса, а в лучшем случае отсрочка его.

Наиболее естественная, на наш взгляд, мысль – возможность постепенного повышения ценности информации, которая реализуется в приведённой выше модели. При этом важно взаимодействие между элементами (гиперциклами), обладающими разными вариантами кода. Нетрудно видеть, что оно является антагонистическим. Действительно, «взаимодействие» на ранних этапах эволюции биосферы означало либо контакт, либо поедание одного элемента другим. В обоих случаях неизбежно смешение белков-переводчиков, соответствующих разным вариантам кода. Последнее ведёт к нарушению однозначности синтеза белков, т.е. губительно для обоих элементов. Взаимодействие одинаковых элементов тоже антагонистическое, но по другой и более простой причине – конкуренция за источник питания (в общем случае – эффект тесноты).

Таким образом, все необходимые для динамической информационной системы атрибуты – авторепродукция (автокатализ), антагонистическое взаимодействие и эффект тесноты - имеются. Поэтому процесс выбора единого кода может быть описан обсуждавшейся выше системой (П.27). Более того, сама эта система была в своё время предложена и исследована именно для решения вопроса о возникновении биологической информации на Земле.

Второй пример – формирование языка (включая алфавит, словарный запас и т.п.). Действительно, соответствие между звуком и буквой (т.е. алфавит) или соответствие между звукосочетанием (словом) и предметом представляют, по существу, кодовые таблицы.

Можно, как и в предыдущем случае, поставить вопрос: какова вероятность того, что все люди, принадлежащие к некоторой языковой группе, сразу вдруг, не сговариваясь, выбрали определённый (одинаковый) алфавит и набор слов? Ясно, что эта вероятность абсурдно мала. В данном случае, однако, такой ответ никого не волнует и даже вопрос об этом не ставится. Причина проста – очевидно, что язык возник в результате эволюции. Более законен другой вопрос: какого характера эта эволюция и есть ли здесь что-либо общее с эволюцией генетического кода? Аналогия, конечно, есть. Действительно, эффект авторепродукции в становлении языка имеет место; он связан с тем, что дети усваивают язык родителей в процессе воспитания. Эффект антагонистического взаимодействия также имеет место. Правда, проявляется оно иначе и не обязательно ведёт к тому, что один объект съедает или убивает другого (хотя и это бывало). Можно в принципе представить себе варианты: при встрече двух популяций все индивидуумы овладевают двумя языками и объединённое общество живёт дружно и счастливо. При этом, однако, каждый член общества несёт «дополнительные расходы» на обучение. Эта нагрузка ведёт к тому, что такое «двуязычное» общество становится менее выгодным, чем аналогичное, но многоязычное. В результате один язык постепенно становится главенствующим даже в «двуязычных» странах, где равноправие языков декларировано.

Антагонизм, точнее, неприятие иного проявляется также при воспитании. Если «элемент» в процессе обучения пытается ввести новые правила, отличные от общепринятых, то его наказывают.

Случайные факторы на начальных стадиях формирования данного языка также играют большую роль.

Таким образом, динамическая модель эволюции языка имеет ту же структуру, что и система (П.27). Между эволюцией языка и эволюцией генетического кода есть и отличия. Главное из них в том, что в современном обществе языков много, в то время как генетический код одинаков во всей биосфере. Это отличие, однако, не принципиально. Оно скорее свидетельствует о том, что в информационном аспекте эволюция языка находится на промежуточном этапе и не перешла ещё в стадию однозначного, полностью детерминированного процесса. Как это следует из модели, промежуточный этап может длиться достаточно долго.

Третий пример – эволюция Вселенной. Сейчас эта тема очень популярна, поскольку она находится на пересечении нескольких научных направлений: физики элементарных частиц, космологии и астрономии. По характеру проблема близка к вопросу о возникновении жизни. В обоих случаях мы имеем дело с уникальным явлением и не имеем возможности «повторить эксперимент». Поэтому вопрос о том, возник ли видимый нами мир[2] случайно или в результате детерминированного процесса, не может быть решён экспериментально. Таково же положение о вопросе возникновения жизни и генетического кода.

Долгое время считалось, что мир, в котором мы живём, единственно возможный, других нет и быть не может. При этом уже давно стало ясно, что этот мир не стационарен, и мы наблюдаем некий этап его развития, отстоящий от начала примерно на 10 млрд. лет. Естественно возникают вопросы: что было «раньше» и что будет «потом»? Выяснилось, что на начальных стадиях развития размеры Вселенной были меньше, а плотность вещества и температура существенно больше, чем сейчас. На вопрос, что будет «потом» однозначного ответа пока нет. Всё это не противоречило принципу детерминизма в буквальном и простейшем его понимании. Однако развитие теории элементарных частиц привело к парадоксальному результату (на первый взгляд): наш мир не единственно возможный, наряду с ним могут существовать другие «миры». Они отличаются тем, что в них другие «элементарные частицы», другие поля и взаимодействуют они по-другому. Возможно даже существование миров с другим числом пространственных измерений. Например, мы живём в трёхмерном (точнее, с учётом времени, в четырёхмерном) пространстве. Возможны же миры, где пространство пяти- и даже десятимерное.

Отличия других миров от нашего столь велики, что возникновение живых существ в других мирах представляется просто невозможным. Число различных возможных вариантов (различных миров) очень велико; по оценкам А.Д. Сахарова, оно имеет порядок 10^{1500}.

[2] Слово «мир» мы будем употреблять для обозначения части Вселенной с определённым набором свойств. В литературе для таких частей используются названия: «домен Вселенной» (просто «домен») или «мини-Вселенная».

Некоторое время другие миры не очень волновали человечество, поскольку не было ясно, как они могут образовываться. Однако сравнительно недавно А.Д. Линде показал, что другие миры должны образовываться с необходимостью при расширении всей Вселенной вследствие неустойчивости фронта расширения. Но тогда почему возник именно наш мир и почему мы не «видим» других?

Подчеркнём аналогию: по существу, это те же вопросы, которые ставились и в предыдущих примерах. Там они звучали так: почему нет смешения кодов, почему нет смешения языков? Ответы на них состояли в том, что смешению препятствует «исключающее» взаимодействие.

В данном случае ответ несколько иной. Дело в том, что Вселенная быстро расширяется. Образующиеся на определённой стадии различные миры быстро разлетаются и в силу этого просто не взаимодействуют. Сосуществование разных миров в одной и той же области пространства невозможно. При этом один из миров как бы замыкается сам в себе, «отщепляется» от другого и теряет с ним информационную связь. Это свойство сродни «антагонистическому взаимодействию». В результате область пространства, доступная нашему наблюдению, остаётся «чистой», т.е. свободной от присутствия иных вариантов.

Таким образом, ответ на вопрос такой же, как и в предыдущих примерах: наш мир возник случайно (а не потому, что иные невозможны) и оказался «чистым» от примеси других ввиду их несовместимости. Продолжая аналогию, можно сказать, что здесь реализуется этап сосуществования различных вариантов в разных областях пространства. В данном случае этот этап «замораживается» и не переходит в полностью стационарное состояние ввиду расширения системы.

Мы привели этот пример, чтобы проиллюстрировать следующее.

Во-первых, при развитии Вселенной был этап генерации ценной информации, т.е. был случайный выбор одного из многих вариантов и запоминание его. «Ценным» этот выбор был для той формы материи, которая образовалась в этом мире и, в частности, для нас с вами!

Во-вторых, во всех процессах генерации информации, сколь бы не различались эти процессы по масштабам, есть общие черты: ценная информация рождается в результате случайного выбора за счёт неустойчивости и последующего «очищения» выбранного варианта путём «исключающего взаимодействия».

Итак, мы обсудили свойства асимптотически ценной информации. Главное из них в том, что ценность информации постепенно изменяется при эволюции системы: увеличивается для одного варианта и уменьшается для других.

Рассмотрим теперь конъюнктурную и прогностическую ценности. Первой соответствует цель – сохранить свою информацию в данный момент времени или, что то же, в течение времени, меньшего, чем все характерные времена системы; её мы обозначим как $V_j^{\text{к}}(\vec{u},\vec{x},j)$.

Прогностической ценности соответствует цель – сохранить свою информацию в течение времени Δt; её мы будем обозначать как $V_j^{\text{пр}}(\vec{u},\vec{x},t,\Delta t)$. Время прогноза Δt при этом порядка или больше характерного времени развития системы на данном этапе. Асимптотическую ценность мы, как и ранее будем обозначать символом V_j без верхнего индекса.

Ценности $V_j^{\text{к}}$ и $V_j^{\text{пр}}$ зависят от времени t и в отличие от V_j явно зависят от пространственных координат, в которых находится элемент j-го типа. Это связано с тем, что за конечный отрезок времени Δt система не успевает полностью «очиститься» и в разных точках пространства присутствуют разные кластеры. Для анализа будем использовать модель (П.27).

Характерное время эволюции этой модели различно на разных этапах. Так, в начале при $N >> 1$ процесс развивается медленно. Характерное время даётся выражением (П.28), оно того же порядка, что и время жизни элемента $\tau_j = (N–1–\alpha)/(1+\alpha)$.

На стадии мозаики происходит быстрое выравнивание фронтов; здесь время эволюции $\tau_{\text{эв}}^{\text{II}}$ зависит от их кривизны и при этом может быть меньшим времени жизни элемента.

На стадии паркета эволюция снова замедляется, особенно когда размеры кластеров становятся большими по сравнению с длиной диффузии. При этом время эволюции $\tau_{\text{эв}}^{\text{III}}$ заведомо больше времени жизни элемента. Наконец, на заключительной стадии характерное время смены режима бесконечно велико ($\tau_{\text{эв}}^{\text{IV}} \to \infty$), поскольку чистое состояние устойчиво.

Время жизни элемента на стадиях мозаики и паркета зависит от принадлежности к кластеру. Так, время жизни j-го элемента в своём j-м кластере порядка $T_{jj} \cong 1$, в то время как в «чужом» (k-м) кластере оно порядка $T_{j,k\neq j} \cong a << 1$. В общем случае время жизни j-го элемента в точке пространства $\vec{x}$ равно

$$T(\vec{x}) = \left(\sum_{i\neq j}^{N} u_i(\vec{x}) + a u_j(\vec{x})\right)^{-1}.$$

На стадиях мозаики и паркета, когда система уже разбилась на «чистые» кластеры, разумно считать, что вероятности сохранения своей информации равна вероятности того, что элемент j-го типа окажется через время Δt в кластере того же типа. Ниже мы ограничимся оценками $V^{\text{к}}$ и $V^{\text{пр}}$ на этих стадиях.

Прогностическая ценность информации j-го типа

$$V_j^{\text{пр}} = \log_2 P_j(\vec{u},(\vec{x},t),\Delta t)/P_0^0, \qquad \text{(П.33)}$$

где $P^0 = N–1$, $P_j(\vec{u},(\vec{x},t),\Delta t)$ – вероятность того, что в точке пространства $\vec{x}$, где находится элемент, через время Δt будет расположен «чистый» кластер j-го типа. В общем случае $V^{\text{пр}}$ зависит от состояния всей системы в целом, т.е. от расположения фронтов между кластерами, их кривизны, скорости их движения и т.д. Однако наиболее сильно она зависит от ситуации и обрасти пространства, непосредственно окружающей точку $\vec{x}$.

На стадии мозаики асимптотическая ценность любой информации близка к нулю, поскольку предсказать окончательно результат ещё невозможно. В то же время предсказать ситуацию в точке $\vec{x}$ через время Δt, зная состояние системы в данный момент, уже можно, хотя и не однозначно, а с вероятностью $P_j(\vec{u},(\vec{x},t),\Delta t)$, отличной от априорного значения $P^0 = N–1$. Поэтому прогностическая ценность уже не равна нулю.

На стадии паркета предсказание ситуации в точке $\vec{x}$ через время Δt можно сделать с большей определённостью, поэтому прогностическая ценность на этой стадии выше, чем на предыдущей. Предсказать конечный результат на этой стадии также можно (хотя и неоднозначно). Поэтому асимптотическая ценность здесь тоже отлична от нуля. При этом прогностическая и асимптотическая ценности, вообще говоря, не совпадают, и могут отличаться даже по знаку.

Приведём пример. Пусть образовались три чистых кластера с информацией 1-го, 2-го и 3-го типов, занимающих различные по величине площади (рис. П.9). Фронты, как упоминалось, движутся в сторону наименьшего кластера. При этом фронт (1/2) движется медленнее, чем фронт (2/3), поскольку размер кластера (3) меньше, чем (2). Можно сказать с большой вероятностью, что в точке типа $\vec{x}_1$ через время Δt (большее, чем время приближения фронта (2/3), но меньшее, чем время прихода фронта (1/2)) будет преобладать информация 2-го типа. При этом, прогностическая ценность информации $V_2^{\text{пр}}$ положительна и близка к максимальной, в то время как ценности $V_1^{\text{пр}}$ и $V_3^{\text{пр}}$ отрицательны. Можно сказать также (с меньшей, но тоже большой вероятностью), что асимптотически возобладает кластер 1. Следовательно, максимальной будет асимптотическая ценность V_1, в то время как V_2 и V_3 отрицательны.

На последней стадии, когда результат предсказуем практически однозначно, асимптотическая и прогностическая ценность совпадают.

Обсудим теперь конъюнктурную ценность. Её можно определить как прогностическую в пределе, когда время прогнозирования $\Delta t \to 0$.

$$V_j^{\text{к}} = \log_2 P_j^{\text{к}}(\vec{u},(\vec{x},t) / P_j^0, \tag{П.34}$$

где $P_j^{\text{к}}(\vec{u},(\vec{x},t)) = \lim\limits_{\Delta t \to 0} P_j(\vec{u},(\vec{x},t),\Delta t)$.

Однако при этом ситуация становится тривиальной. Действительно, если в момент времени t точка $\vec{x}$ принадлежит j-му кластеру, то через время $\Delta t \to 0$ ничего не изменится. Поэтому $P_j^{\text{к}}$ равна либо нулю (для всех $\neq j$), либо единице. Соответственно ценность $V_j^{\text{к}}$ будет положительной и максимальной; все остальные $V_{i\neq j}^{\text{к}}$ отрицательны или бесконечны. Иными словами, для оценки $V_j^{\text{к}}$ не нужно знать ничего, кроме значений компонент $\vec{u},(\vec{x},t)$ в точке $\vec{x}$ в момент времени t. На начальной стадии, когда кластеры ещё не сформировались, конъюнктурные ценности близки к нулю. На последней стадии конъюнктурная ценность совпадает с прогностической и асимптотической.

Отличия $V_j^{\text{к}}$ от $V_j^{\text{пр}}$ и V_j проявляются на стадиях мозаики и паркета и зависят от размеров и характера кластера. Приведём несколько примеров.

1. В точке $\vec{x}_1$ (см. рис. П.8,*а*), находящейся в середине большого кластера ценности $V_j^{\text{к}}$ и $V_j^{\text{пр}}$ практически совпадают, поскольку мала вероятность того, что в этой точке за время $\Delta t \cong 1$ произойдёт смена режима. При этом обе они отличаются от асимптотической ценности V_j, поскольку на стадии мозаики конечный результат можно предсказать лишь с малой вероятностью (точнее, с вероятностью, мало отличающейся от априорной).

2. В точках $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ (на том же рисунке), находящихся в выпуклых областях с большой кривизной, ценности $V_j^{\text{к}}$ и $V_j^{\text{пр}}$ различны. Это связано с тем, что в таких областях быстро (за время, меньшее чем $\tau \cong 1$) происходит вытеснение существующего в данный момент кластера пограничным с ним i-м кластером. При этом $V_j^{\text{к}}$ максимальна для информации, которая преобладает в данном кластере, например, j-го типа (т.е. $V_j^{\text{к}}$ максимальна), несмотря на то, что этот кластер скоро будет вытеснен другим, в котором преобладает информация i-го типа.

Напротив, прогностическая ценность максимальна для информации i-го типа (т.е. максимальна $V_j^{\text{пр}}$).

Конъюнктурную ценность и соответствующую ей цель можно было бы определить по-другому, именно как меру стремления элемента сохранить себя, а не только свою информацию. На первый взгляд такое определение выглядит как вполне естественное. Это действительно так по отношению к живым и достаточно сложным объектам. Однако применительно к неживым объектам (в частности, киральным молекулам) теряет смысл само понятие «сохранить себя» (а не свою информацию, или, что то же, своё потомство).

Дело в том, что в динамической теории понятие «индивидуум» можно ввести только в многоуровневой сложной системе. Действительно, индивидуум должен отличаться хоть чем-нибудь от других представителей той же популяции (в том числе от своих предков и потомков), но быть в чём-то с ними одинаковым. Соответствующая модель должна содержать несколько уровней информации. На нижнем уровне все элементы одной и той же популяции должны быть одинаковыми, но отличаться на верхнем уровне.

Модель (П.27) этими свойствами не обладает. Тем не менее можно ввести среднее время жизни элемента, что и было сделано в (П.25), и вероятность выживания элемента за интервал времени Δt:

$$\widetilde{P}_j = 1 - \Delta t / T_j .$$

Конъюнктурную ценность можно определить как

$$\widetilde{V}_j^{\text{к}} = \log_2 \frac{\widetilde{P}_j}{\widetilde{P}_j^0} = \frac{\Delta t}{\ln 2}\left(\frac{1}{\tau_j^0} - \frac{1}{\tau(\vec{x},t)}\right), \tag{35}$$

где τ_j^0 – время жизни в начальном симметричном состоянии, а $\tau(\vec{x},t)$ – время жизни j-го элемента в точке $\vec{x}$ в момент времени t.

Величина $V_j^{\text{к}}$ количественно отличается от $\widetilde{V}_j^{\text{к}}$, но качественно с ней совпадает. Так $\widetilde{V}_j^{\text{к}}$ отрицательна (хотя и конечна), когда $V_j^{\text{к}} < 0$, и положительна, когда $V_j^{\text{к}} > 0$.

Таким образом, можно сказать (со всеми сделанными оговорками), что использованная выше конъюнктурная ценность $V_j^{\text{к}}$ качественно отражает интересы индивидуума, но не всегда соответствует интересам целой популяции, особенно когда последние связаны с прогностической информацией.

Мы рассмотрели несколько целей и соответствующие им критерии ценности информации. Часто, однако, интерес представляет не просто ценная, но новая ценная информация. Меру новизны можно ввести, используя следующие соображения.

Понятие «новая» локально во времени и пространстве. Так во всяком случае дело обстоит в нашей модели. Действительно, в начальный момент времени в симметричном состоянии в системе имеются все возможные варианты информации, и по мере развития системы новых вариантов не возникает. На стадиях мозаики и паркета также представлены все возможные варианты, хотя и в разных частях пространства. Поэтому информация может быть «новой» лишь по отношению к той, которая уже существует в данной области пространства в данный момент времени.

Можно, конечно, представить себе глобально новую информацию. Это означает «выбрать» или «придумать» такой (N+1)-й вариант, который в данной системе реализоваться вообще не может (т.е. нет соответствующего стационарного состояния). В этом случае не может даже образоваться соответствующий этому варианту «чистый» кластер.

Цель – сохранить свою информацию на сколько-нибудь долгое время – в данной ситуации принципиально не достижима. Поэтому такая глобально новая информация не обладает ценностью, и её мы обсуждать не будем.

В качестве меры новизны информации данного (j-го) типа удобно использовать величину

$$\Re_j(\vec{x},t) = -\log_2 w_j(\vec{x},t) , \tag{П.36}$$

где $w_j(\vec{x},t)$ – вероятность застать элемент j-го типа в точке $\vec{x}$ в момент времени t.

Рассмотрим, как ведёт себя $\Re_j(\vec{x},t)$ поэтапно. В начальном симметричном и хаотическом состоянии все вероятности $w_j(\vec{x},t)$ одинаковы и равны $w_j = N^{-1}$ (N – число вариантов). Новизна информации $\Re_j = \log_2 N$, она отлична от нуля, но, как увидим ниже, невелика по сравнению с соответствующими величинами на последующих стадиях.

На стадиях мозаики и паркета величины $w_j(\vec{x},t)$ различны в разных кластерах; в кластере, где преобладает j-й тип элементов, w_j стремится к единице, а все остальные $w_{i \neq j}$ – к нулю. Точнее, примеси «чужих» элементов в j-м кластере имеются, но они малы в меру $\exp(L/\sqrt{D\tau})$, где L – размеры кластера и D – коэффициент диффузии (напомним, что размеры кластера $L \gg \sqrt{D\tau}$). Новизна информации j-го типа в j-м кластере стремится к нулю:

$$\Re_j(\vec{x} \in X_j, t) = -\log_2 w_j(\vec{x} \in X_j, t) \to 0\,. \qquad (\text{П.37})$$

Здесь символ $\vec{x} \in X_j$ означает, что точки $\vec{x}$ принадлежат кластеру j-го типа. Однако новизна любой другой информации очень велика:

$$\Re_{i \neq j}(\vec{x} \in X_j, t) = -\log_2 w_i(\vec{x} \in X_j, t) = 1{,}44 L/\sqrt{D\tau}\,. \qquad (\text{П.38})$$

На последней стадии, когда область обитания занята одним, например j-м, кластером, $\Re_j(\vec{x},t) = 0$, $\Re_{i\neq j}(\vec{x},t) \to 0$.

В качестве критерия новой ценной информации удобно использовать произведение:

$$\Pi_j = \Re_j(\vec{x},t) V_j(\vec{x},t)\,. \qquad (39)$$

Ценность $V_j(\vec{x},t)$ зависит от цели, поэтому обсудим три ранее упоминавшихся варианта.

1. В случае, если цель – сохранение информации в данный момент, то конъюнктурная ценность и новизна дополнительны друг другу: одна велика, если другая мала. Иными словами, с точки зрения приспособления к данному моменту ценной является лишь тривиальная информация. Величина $\Pi_j^{\text{к}}$ при этом практически равна нулю на этапах развития системы.

2. Прогностическая ценность может оказаться большой, даже если информация данного элемента не совпадает с информацией кластера в данный момент. Это имеет место на стадиях мозаики и паркета в случае, когда кластер или его часть за время Δt сменяется другим. В этом случае произведение

$$\Pi_k(\vec{x} \in X_j, t) = \Re_j(\vec{x} \in X_j, t) V_k^{\text{пр}}(\vec{u}(\vec{x},t), \Delta t) \qquad (\text{П.40})$$

достаточно велико. Смысл этого прост: новой и ценной информацией будет та, которая сейчас не является господствующей в данном кластере, но станет таковой через время Δt.

На последнем этапе новой является любая информация, не совпадающая с господствующей. Однако ценность такой информации отрицательна, т.е. она рассматривается как дезинформация (в качестве иллюстрации можно вспомнить о том, как старик Хоттабыч подсказывал Вольке на экзамене по географии). Информация же, обладающая наибольшей ценностью на этом этапе, уже не нова и рассматривается как тривиальность.

Таким образом, наиболее интересные события происходят на стадиях мозаики и паркета, именно там и тогда может возникать новая и ценная информация.

П.6. РАЗУМНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ НОВОЙ ЦЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Само название таит в себе противоречие. Действительно, генерация информации – выбор варианта по воле слепого случая, и разум здесь на первый взгляд ни при чём. С другой стороны, принято думать, что творчество (в точных науках или искусстве) – это создание, или, что то же, генерация новой ценной информации.

Полагают также, что в творческом процессе участвует интеллект, а не случай (точнее, не только случай).

Разрешение вопроса в том, что разумная генерация новой ценной информации на самом деле не генерация, а рецепция её из системы в момент возникновения информации, но до того, как она стала очевидной. Об этом мы уже упоминали ранее на примере рулетки. Сейчас это уместно продемонстрировать на примере модели (П.27).

Строго говоря, за рамки модели придётся выйти. Действительно, до сих пор речь шла об оценке ценности информации, которую имеет элемент. Мы специально подчёркивали, что элемент – не обязательно живое существо, в частности, элементом может быть киральная молекула. Этот элемент должен обладать рядом свойств, перечисленных ранее, но среди этих свойств не фигурировало разумное поведение. Определять, что это такое, мы не будем, чтобы не выходить за пределы нашей темы. Перечислим лишь некоторые свойства поведения, необходимые для того, чтобы считать его разумным.

Во-первых, элемент должен иметь возможность выбирать как цель поведения, так и соответствующую ей информацию. В рамках рассмотренной модели уже существуют три варианта цели: конъюнктурная, прогностическая и асимптотическая. В более сложной модели возможна более детальная градация целей и, следовательно, ценностей информации.

Во-вторых, разумный элемент должен иметь возможность изменять свою информацию в зависимости от выбранной цели и окружающей обстановки.

В-третьих, необходимо предусмотреть способность собирать сведения об окружении, т.е. рецептировать информацию и обрабатывать её.

В-четвёртых, слова «разумное поведение» предполагает, что это поведение имеет активный характер. Иными словами, элемент, делая свой выбор, влияет на развитие всей системы в ближайшем будущем и, возможно, на конечный результат. Это влияние может быть и невелико, но пренебрегать им нельзя, в противном случае поведение «разумного элемента» будет полностью пассивным. В модели (П.27) возможность такого влияния фактически учтена, поскольку выбор новой информации элементом, находящимся в точке $\vec{x}$ в момент t, изменяет величины u_1, $u_2,\ldots,u_N$. Однако в модели (П.27) элементы не обладают первыми тремя свойствами. Они «рождаются» с уже готовой информацией, более того, само существование элемента прямо связано с заключённой в нём информацией; менять её (или выбирать) в течение жизни они не могут. Впрочем то же можно сказать и о генетической информации живых существ; она на протяжении жизни не меняется. Например, родившись человеком, уже нельзя превратиться в другое существо, хотя в некоторых случаях это, возможно, было бы целесообразно.

Информация, которую в принципе можно изменять в течение жизни, относится к более высоким уровням. В модели (П.27) они, естественно, не учтены.

Способность собирать информацию предполагает наличие у элемента рецепторной системы. Способность перерабатывать информацию означает, что у элемента имеется либо ЭВМ, либо интеллект.

Элементы с такими свойствами практически не отличаются от живых и достаточно высокоорганизованных существ. Модель, состоящую из таких существ, можно в принципе построить. Более того, такие модели строятся в математической экологии. Однако

даже простейшие из них оказываются достаточно сложными и не позволяют обсудить вопрос о разумной генерации новой ценной информации.

Модель (П.27), несмотря на простоту, даёт возможность прояснить некоторые интересные свойства процесса творчества. Для иллюстрации этого мы выделим один элемент и наделим его упомянутыми свойствами, т.е. будем считать его «разумным».

Свойства же остальных элементов будем считать прежними. Таким образом, речь пойдёт о моделировании поведения разумного существа в обществе неразумных элементов.

Параметры модели будем интерпретировать в более широком плане. Так, коэффициент репродукции себе подобных $\overline{\tau}^{-1}$ (П.22) теперь уже следует трактовать как увеличение числа своих «единомышленников». Коэффициент b «смертности» за счёт взаимодействия теперь следует интерпретировать как уменьшение числа единомышленников за счёт дискуссий с оппонентами. В безразмерной модели (П.27) коэффициенты $\overline{\tau}^{-1}$ и b влияют на параметр a и на величину изменения переменных u_i за счёт выбора элементом новой информации.

Нам важны будут следующие качественные свойства модели:

а) исходное симметричное состояние неустойчиво;

б) конечное «чистое» состояние, в котором господствует один из возможных вариантов, абсолютно устойчиво;

в) в эволюции системы имеются четыре стадии: начальная симметричная, мозаика, паркет и конечная с упоминавшимися свойствами.

Отмеченные стадии характерны для любого сообщества, в том числе и для общества высокоорганизованных существ, в частности, людей.

В человеческом обществе генерация новой ценной информации (творчество) имеет место в различных областях: при выборе продукции, которую должно выпускать то или иное предприятие, литературы, которую целесообразно читать (или писать), а также при выборе направления экспериментальных исследований и теоретической формы, в которую лучше всего облечь существующие экспериментальные данные.

Ко всем этим вопросам следует добавить ещё указание времени (сейчас, в ближайшем или отдалённом будущем) и места (в каком регионе и (или) в каком кластере общества).

Важно также, в какой стадии развития находится всё общество по отношению к выбору варианта ответа на данный вопрос. Например, если вопрос только что возник и ответ на него никому не ясен, то ситуация аналогична начальной хаотической стадии. Если образовались кластеры, в которых господствуют разные варианты, то это стадии мозаики и (или) паркета. Наконец, если всё общество уже пришло в этом вопросе к определённому мнению, то проблема тривиализуется. Возможно, впрочем, до поры до времени, когда вопрос этот снова по каким-либо причинам не станет актуальным.

Совокупность этих вопросов входит как основная часть в проблему творчества в области науки, искусства и техники. Термин, «творчество» здесь используется как синоним генерации новой ценной информации.

Рассмотрим, как и выше, три варианта, соответствующие трём разным целям.

1. Пусть цель – сохранение выбранной информации в данный момент. Выше было показано, что новой и одновременной ценной информации при такой постановке цели вообще не может быть. Наиболее ценной (но не новой) является информация, которая преобладает в данном регионе в данный момент. Для выбора её достаточно знать, что делается в ближайшем окружении, и нет необходимости знать структуру всей системы в целом и этап её развития. В реальных примерах это означает: нужно производить те товары, которые в данном регионе в данный момент все производят и все потребляют; нужно читать (и писать) такую литературу, которую все читают (и пишут); в науке нужно делать то, что все делают, – короче, вести себя нужно так, как все окружающие.

Ясно, что при таком выборе цели и соответствующей стратегии умение рецептировать, сопоставлять и запоминать информацию о поведении всей системы используется минимально. Творческим такой процесс назвать трудно. Тем не менее такая деятельность может принести пользу (или вред) в зависимости от стадии развития системы в целом. Слово «польза» (или «вред») здесь имеет смысл по отношению к прогностической и (или) асимптотической целям. Так, на последней стадии, когда все три цели совпадают, конъюнктурная стратегия ускоряет достижение конечного состояния, причём с наименьшими затратами. С этой точки зрения она, конечно, полезна и может быть названа творческой.

На стадиях мозаики и (или) паркета, напротив, конъюнктурная стратегия замедляет достижение конечного состояния и в этом смысле «вредна». Отсюда уже ясно, что оценить «творческое начало» при конъюнктурном подходе очень трудно.

2. Пусть цель – сохранение выбранной информации в течение конечного времени Δt. В этом случае, как упоминалось, возможна генерация новой и ценной информации. При случайной генерации вероятность удачного выбора равна $P_j = N^{-1}$. Число вариантов N, как правило, невелико, часто всего два: да, нет. Однако ответственность за выбор велика; выбрав определённый вариант, нужно посвятить ему всю жизнь. Чтобы сделать выбор разумно, т.е. с вероятностью большей, чем N^{-1}, необходимо знать:

а) какие варианты преобладают в соседних кластерах;

б) каков характер границ с этим кластерами (выпуклые, вогнутые, плоские), т.е. в какой стадии развития находится общество по отношению к решению данного вопроса;

в) каков размер данного кластера по сравнению с соседними, и в какую сторону движется фронт раздела (в случае, если система находится на стадии паркета).

Отметим, что эти сведения повышают вероятность правильного выбора, но не предсказывают его однозначно. Дело в том, что на стадиях мозаики и паркета процесс ещё хаотичен.

На последней стадии, когда осталось всего два кластера с плоской границей, процесс имеет динамический характер. Зная размер кластеров, можно предсказать результат практически однозначно.

Таким образом, «творчество» на стадиях мозаики и паркета имеет вероятностный характер, а на конечной стадии – более логический.

3. Пусть цель – сохранение выбранной информации в бесконечном будущем. В этом случае для разумного выбора новой ценной информации необходимо знать в данный момент состояние всей системы (а не только ближайших кластеров). Однако даже и в этом случае вероятность предугадать асимптотический

результат на ранних стадиях (например, стадии мозаики) невелика, она существенно меньше, чем вероятность угадать ситуацию в ограниченном будущем. На конечной стадии выбрать асимптотически ценную информацию столь же легко, как и ценную через ограниченное время.

В реальной жизни интерес представляет генерация новой ценной информации на промежуточных стадиях. Если в какомлибо вопросе общество подошло уже к конечной стадии, то дальнейшие события рассматриваются как тривиальные. Асимптотически ценная информация на промежуточных стадиях практически не вызывает интереса. Это звучит парадоксально, поскольку принято говорить, что мы постигаем вечные истины. В действительности мы, как правило, имеем дело с информацией, имеющей либо конъюнктурную (сиюминутную), либо ограниченную во времени ценность. Так обстоит дело в планировании производства, в экономике и в науке. Больший интерес представляет прогностически ценная информация.

Изложенные выше соображения о её генерации фактически не новы. Именно так поступают метеорологи при прогнозировании погоды, так же поступают экономисты, социологи, промышленники и учёные.

Во всех случаях для генерации наиболее ценной прогностической информации необходимо, как уже было сказано, собрать сведения о ближайших кластерах, их размерах, характере фронтов и скорости их перемещения.

Уточним: понятия кластер и фронт раздела не обязательно связаны здесь с реальным пространством. Например, в социальных явлениях (в частности, в науке) кластер – собрание людей, контактирующих друг с другом и имеющих по данному вопросу общее мнение, короче – общество единомышленников. При этом они могут находиться далеко друг от друга (поскольку современные средства связи позволяют контактировать и на расстоянии).

Вопрос о том, что есть фронт раздела и какова его кривизна в конфигурационном пространстве различных мнений, достаточно сложен. Тем не менее генерация новой ценной информации во многом зависит от оценки того, в какую сторону и сколь быстро он движется. При решении конкретных задач в этом вопросе приходится полагаться на интуицию.

Другой вопрос касается времени прогнозирования Δt. Естественное желание каждого разумного существа выбрать это время по возможности малым, поскольку при этом нет необходимости собирать сведения о сопредельных кластерах. Однако тогда мы приходим к генерации конъюнктурной информации, иными словами, это не творческий подход.

В прикладных задачах, в частности, в прикладных науках, время прогнозирования ограничено снизу реальными условиями. Так, промышленник, вкладывающий средства в новое производство, должен считаться с тем, что завод будет построен лишь через определённое время Δt. Соответственно он должен определить, какой тип продукции окажется наиболее ценным через это время, т.е. он должен генерировать новую прогностически ценную информацию.

В фундаментальных науках время прогноза целиком на совести учёного. Неудивительно, что многие предпочитают генерировать информацию, имеющую сиюминутную ценность. Иными словами, делать то же, что и все окружающие (в данном кластере). Такая стратегия не возбраняется, и это правильно, поскольку навязать извне время прогноза, равно как и стратегию поиска, в фундаментальных науках нельзя.

Можно пытаться генерировать ценную информацию наугад. Из модели следует, что это может иметь шанс на успех, если проблема находится в начальной стадии развития. Тогда каждая из таких работ может породить свой кластер и господствовать внутри его некоторое время. На более поздних этапах (например, мозаики) такая стратегия не имеет шансов на успех и соответствующие работы обречены на забвение.

Из изложенного выше следует, что наиболее оправданная стратегия – изучение ситуации в сопредельных областях науки и уже после этого (и на основе этого) – выбор наиболее перспективного варианта.

В сущности ситуация здесь почти такая же, как и при игре в рулетку. Разница (впрочем, существенная) в том, что игрок и рулетка представляют собой почти независимые системы. Игрок может делать выбор и предвидеть результат, но не может активно влиять на процессы в рулетке. В модели (П.27) «разумный элемент» может в принципе влиять на развитие системы, поскольку он сам является её частью (о чём уже упоминалось выше), при этом мера влияния зависит от стадии развития.

Тем не менее возможность активного влияния в модели учтена не полностью. Действительно, принято, что параметры модели (коэффициенты репродукции и т.п.) одинаковы и постоянны для всех элементов, т.е. не зависят от их информации и от влияния. В реальной жизни «разумный элемент», сделав выбор, как правило, действует более активно и энергично, в частности, может влиять на коэффициенты. Кроме того, активность зависит от стадии процесса, она повышается, когда конечный результат уже виден. Эти обстоятельства можно, конечно, учесть, что сильно усложнит модель. Важно, однако, что основные качественные свойства, перечисленные ранее, при этом сохранятся. Следовательно, сохраняться и выводы.

П.7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведём итог и попробуем, наконец, ответить на вопрос: что даёт синергетика информации, или, другими словами, что нового привносит динамическая теория информации?

Напомним, что в теории информации остались без ответа следующие вопросы.

1. Что такое «цель» в общем случае; приложимо ли это понятие к неживым объектам?

2. Может ли ценность информации меняться со временем и в каких пределах?

Традиционная теория информации и не претендовала на решение этих вопросов. Считалось, что они выходят за её рамки.

Наличие вопросов без ответов означает, что эта область науки находится на начальной, неустойчивой стадии развития.

Вместе с тем аналогичные вопросы ставились и решались в другой, но близкой области – синергетике. Иными словами, оказалось, что сформировался достаточно большой и «чистый» кластер людей, изучающих явления в природе и обществе на основе теории динамических систем. Слово «чистый» здесь надо понимать именно в том смысле, что это кластер людей, которых объединяет общая терминология, система понятий и общий математический аппарат.

Чистый кластер не может долго граничить с неустойчивой областью; он быстро поглощает её. В результате появились «синергетические» ответы на поставленные вопросы.

1. Цель – сохранить свою информацию; целью могут обладать объекты, имеющие информацию (т.е. качество, отличающее его от аналогичных объектов) и способные к авторепродукции. Таковыми могут быть неживые объекты, например, молекулы, способные существовать в двух изомерных формах. Способностью активно выбирать или менять свою информацию обладают лишь высокоорганизованные (т.е. живые) объекты.

2. Ценность информации может меняться со временем в широких пределах (от нулевой до максимальной). Более того, ценность обязательно меняется при развитии системы от неустойчивого состояния до абсолютно устойчивого. Постепенное увеличение ценности – основной путь эволюции.

В принципе возможны и другие (не синергетические) варианты ответов на оба вопроса. Например, можно было бы условиться, что цель всегда задаётся извне и вообще вопросы о цели и смысле жизни не подлежат обсуждению. В качестве такой внешней силы, которая задаёт цель, может фигурировать Бог, «Внешний разум» или «Вечный Космос». В этом случае ценность информации также определяется извне, и при этом она постоянна и нетленна. Такие ответы были бы приемлемы вполне и даже естественны для другого кластера людей (не синергетического). Оценить величину этого кластера и способность его конкурировать с синергетическим сейчас трудно.

На наш взгляд, сейчас преобладает синергетический подход. Он развивается и можно полагать, что будет главенствовать и в обозримом будущем. Таким образом, динамическая теория информации обладает по крайней мере прогностической ценностью.

Сказанное не означает, что синергетика поглотила всю теорию информации. Последняя в своей традиционной области продолжает господствовать, и здесь синергетика с ней не конкурирует. Дело в том, что проблемы передачи информации, её кодирования и т.д. относятся к другому информационному уровню; они не пересекаются с проблемами постановки цели и определения ценности передаваемой информации. Связь их в том, что передача информации имеет смысл лишь в том случае, когда информация ценная.

Несколько слов о градации целей (конъюнктурная, прогностическая, асимптотическая) и их связи с проблемой творчества.

Многие конкретные выводы, сделанные на основе динамической теории информации, могут показаться тривиальными. Это не удивительно, проблема творчества издревле волновала человечество, и по этому поводу было сделано много утверждений, преимущественно интуитивных. Часть из этих утверждений совпадает качественно с выводами динамической модели.

Возникает вопрос: стоит ли вообще развивать в этой области синергетический подход, не лучше ли ограничиться интуитивным?

По этому поводу уместно сделать ряд замечаний.

Во-первых, интуитивный подход часто оказывается весьма эффективным. Он позволяет быстро получить некоторые качественные результаты. Не менее эффективен так называемый вербальный подход. В нём, по существу, строится и исследуется словесная модель процесса, но без привлечения математического аппарата, что и отражено в названии (verbum по-латыни означает «слово»).

В обоих подходах результаты получаются в форме правдоподобных суждений. При этом мера правдоподобия и область применимости суждения часто не поддаются оценке.

При обилии правдоподобных суждений иногда оказывается, что они противоречат друг другу. Каждый творческий работник, особенно в области естественных наук, по себе знает, что накопление правдоподобных суждений рано или поздно приводит к прострации, начинаются «муки творчества». Это бывает тогда, когда обсуждаемый процесс сложен, содержит неустойчивые стадии и вообще «синергетический».

Разрешить противоречие интуитивно или вербально, без привлечения теории динамических систем, оказывается трудным; оно остаётся и воспринимается как парадокс.

Поэтому от синергетики в этой области нельзя ждать каких-либо новых, неслыханных результатов. Скорее синергетика может помочь разрешить появляющиеся здесь парадоксы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аджиев В.* Мифы о безопасности программного обеспечения: уроки знаменитых катастроф. – М.: изд-во «Открытые системы», 1999. – № 3. – С. 1–17.
2. *Антошина И. В., Домрачеев В. Г., Репинская И. В.* Средняя тяжесть ошибок – новый показатель надёжности программного обеспечения. – М.: Мытищи. – ЦНИТ Московского государственного университета леса. – 2005. – 3 с.
3. *Баглюк С. И., Мальцев М. Г., Смагин В. А., Филимонихин Г. В.* Надёжность функционирования программного обеспечения. – СПб.: ВИКИ им. А.Ф. Можайского, 1991. – 78 с.
4. *Бонгарт М. М.* Проблемы узнавания. – М.: Наука, 1967. – 258 с.
5. *Боэм Б. У.* Инженерное проектирование программного обеспечения. – М.: Радио и связь, 1985. – 510 с.
6. *Браун Л., Мишкин Э., Траксел Дж.* О приближённом определении динамических характеристик регулируемого процесса в самонастраивающихся системах / Труды 1 конгресса ИФАК, т. II // Изд. АН СССР. – 1961. – 996 с.
7. *Бутаков Е. А.* Методы создания качественного программного обеспечения ЭВМ. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 229 с.
8. *Буш Р., Мостеллер Ф.* Стохастические модели обучаемости. – М.: Физматгиз, 1962. – 300 с.
9. *Валитов Р. Р., Стеренский В. Н.* Радиотехнические измерения. Методы и техника измерений в диапазоне от длинных до оптических волн. – М.: Советское радио, 1970. – 712 с.
10. *Ван Тассея Д.* Стиль, разработка, эффективность, отладка и испытания программ: пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 332 с.
11. *Винер Н.* Кибернетика, или связь в животном и машине: пер. с англ. – М.: Советское радио, 1958. – 215 с.
12. *Волков Л. И., Шишкевич А. М.* Надёжность летательных аппаратов. – М.: Высшая школа, 1975. – 294 с.
13. *Волькенштейн М. В., Чернавский Д. С.* Физические аспекты применения теории информации в биологии / Изв. АН СССР, сер. биол. – 1979. – Т. 32. – № 4. – С. 534.

14. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 548 с.

15. *Гласс Р.* Руководство по надёжному программированию: пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 256 с.

16. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 406 с.

17. *Горский Л. К., Карповский Е. Я., Чижов С. А.* Метод оценки состоятельности тестов контроля работоспособности программных средств // В кн.: Технология разработки программного обеспечения. / Тез докл. междунар. НТК. – Калинин. – 1984. – С. 82–83.

18. *Горский Л. К., Карповский Е. Я., Чижов С. А.* Оценка состоятельности контрольных тестов фондируемых программ // Программирование. – 1985. – № 6.

19. *Горский Ю. М.* Системно-информационный анализ процессов управления. – Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1988. – 156 с.

20. ГОСТ 27.002-89. Надёжность в технике. Термины и определения. – М.: Государственный комитет по стандартам, 1989.

21. ГОСТ 28806-90. Качество программных средств. Термины и определения. – М.: Издательство стандартов, 1990.

22. *Заде Л. А.* Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений. Математика сегодня. – М.: Знание. – 1974. – № 5. – 49 с.

23. *Заинашев Н. К.* О двух допущениях при оценке надёжности восстанавливаемых технических систем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1975. – № 5. – С.73–78.

24. *Карповский Е. Я., Чижов С. А.* Надёжность программной продукции. – Киев: Техника, 1990. – 160 с.

25. *Кастлер Г.* Возникновение биологической организации. – М.: Мир, 1967. – 170 с.

26. *Кирьянчиков В. А., Опалева Э. А.* Качество и надёжность программного обеспечения. Конспект лекций. – СПб.: ЛЭТИ, 2002. – 86 с.

27. *Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю.* Дискретное программирование. – М.: Наука, 1969. – 213 с.

28. *Красовский А. А., Поспелов Г. С.* Основы автоматики и технической кибернетики. – М.-Л.: Энергоатомиздат, 1962. – 600 с.

29. *Крылов А. Н.* Лекции о приближённых вычислениях. – М.: ГИТТЛ, 1954. – 400 с.

30. *Липаев В. В.* Качество программного обеспечения. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 261 с.

31. *Липаев В. В.* Надёжность программного обеспечения АСУ. – М.: Энергоиздат, 1981. – 247 с.

32. *Липаев В. В.* Надёжность программных средств. – М.: СИНТЕГ, 1998. – 232 с.

33. *Литвинский И.Е., Прохоренко В.А.* Обеспечение безотказности персональной ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1993. – 236 с.

34. *Майерс Г.* Искусство тестирования программ: пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 273 с.

35. *Майерс Г.* Надёжность программного обеспечения: пер. с англ. / под ред. В.Ш. Кауфмана. – М.: Мир, 1980. – 360 с.

36. *Мордвинов В. Ю.* Вычисление функции восстановления при несимметричных совместных заменах составных частей // Надёжность и контроль качества. – 1966. – № 5. – С. 14–16.

37. *Муса Дж. Д.* Измерение и обеспечение надёжности программных средств // ТИИЭР. – Т. 68. – № 9. – 1980. – С. 113–117.

38. *Орловский С. А.* Проблемы принятия решений при нечёткой информации. – М.: Наука, 1981. – 200 с.

39. *Половко А. М., Гуров С. В.* Основы теории надёжности. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 702 с.

40. *Поспелов Д. А.* Нечёткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта. – М.: Наука. – ГРФМЛ, 1986. – 312 с.

41. *Пригожин И. Р., Стетерс И.* Порядок из хаоса. – М.: Прогресс, 1986. – 198 с.

42. *Пугачёв В. С.* Теория случайных функций. – М.: ГИФМЛ, 1962. – 883 с.

43. *Романовский Н. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С.* Математическая биофизика. – М.: Наука, 1984. 262 с

44. *Седякин Н.М.* Об одном физическом принципе теории надёжности // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1966. – № 3. – С. 80–87.

45. Синергетика и методы науки / Под ред. М.А. Баскина. – СПб.: Наука, 1998. – 437 с.

46. *Смагин В. А.* К аппроксимации законов распределений методом производных // Изв. вузов. Приборостроение. – 1993. – № 2. – С. 16–21.

47. *Смагин В. А.* Об одном источнике потерь информации. – На сайте Sir35.narod.ru. – 2002. – 4 с.

48. *Смагин В. А.* Об одном методе исследования немарковских систем // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1983. – № 6. – С. 31–36.

49. *Смагин В. А.* Средняя частота отказов аппаратуры при ненадёжных элементах замены // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1975. – № 3. – С. 118–120.

50. *Смагин В. А.* Средняя частота отказов с учётом профилактики. – Рига: Зинатне, 1976. – № 4. – С. 28–30.

51. *Смагин В. А.* Теоретическое обобщение физического принципа надёжности профессора Н.М. Седякина // Надёжность. – 2005. – № 3. – С. 33–42.

52. *Смагин В. А.* Техническая синергетика. Вероятностные модели сложных систем. – СПб.: ВИКУ им. А.Ф. Можайского, 2004. – 171 с.

53. *Смагин В. А.* Техническая синергетика. Вып. 1. Вероятностные модели сложных систем. – СПб.: ВИКУ им. А.Ф. Можайского, 2004. – 63 с.

54. *Смагин В. А.* Физический принцип надёжности. Обратная задача / АВТ. – 1975. – № 5. – С. 22–28.

55. *Смагин В. А.* Элементарное введение в точностную теорию надёжности программного обеспечения // Надёжность. – 2004. – № 4(11). – С. 33–39.

56. *Смагин В. А.* Энтропийный метод исследования информационных сетевых структур. – На сайте Sir35.narod.ru. – 2002. – 11 с.

57. *Смагин В. А., Бубнов В. П., Филимонихин Г. В.* Расчёт вероятностно-временных характеристик пребывания задач в сетевой модели массового обслуживания // Изв. вузов. Приборостроение. – Т. XXXII. – № 2. – 1989. – С. 23–25.

58. *Смагин В. А., Солдатенко В. С., Кузнецов В. В.* Моделирование и обеспечение надёжности программных средств АСУ. – СПб.: ВИКУ им. А.Ф. Можайского, 1999. – 49 с.

59. *Смагин В. А., Филимонихин Г. В.* О моделировании случайных процессов на основе гипердельтного распределения // АВТ. – 1990. – № 3. – С. 25–31.

60. *Смолицкий Х. Л., Чукреев П. А.* Об одной количественной характеристике надёжности // Радиотехника. – 1960. – 15. – № 8. – С. 10–15.

61. Советский энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1982. – 1600 с.

62. *Стратонович Р. Л.* Теория информации. – М.: Советское радио, 1975. – 298 с.

63. *Тарасенко Ф. П.* Введение в курс теории информации. – Томск: Изд. Томского университета, 1963. – 240 с.

64. *Тейер Т., Липов М., Нельсон Э.* Надёжность программного обеспечения: пер. с англ. – М.: Мир, 1981. – 324 с.

65. *Фейнберг Е. Л.* Кибернетика. Логика. Искусство. – М.: Радио и связь, 1981. – 203 с.

66. *Хакен Г.* Синергетика. – М.: Мир, 1980. – 217 с.

67. *Харкевич А. А.* Теория информации. Опознавание образов. – М.: Наука, 1973. – 175 с.

68. *Холстед М. Х.* Начала науки о программах: пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 128 с.

69. *Чернавский Д. С.* Синергетика и информация. – М.: Знание, 1990. – 27 с.

70. *Эбелинг В.* Образование структур при необратимых процессах. – М.: Мир, 1979. – 110 с.

71. *Эйген М., Шустер П.* Гиперцикл, принципы самоорганизации молекул. – М.: Мир, 1982. – 146 с.

72. *Эшби У. Р.* Введение в кибернетику. – М.: ИЛ, 1958. – 210 с.

73. *Cox D. R.* A use of complex probabilities in the theory of stochastic processes. – Proc. Cavbr. Phil. Soc. – V.51. – 1955.

74. *Jamada S., Narihisa H., Ohtera H.* Software reliability analysis based on a nonhomogenous error detection rute model // Microelectron Reliab. – 1984. – V. 24. – № 5. – P. 915–920.

75. *Jamada S., Ohba M., Osaki S.* S-shaped reliability growth modeling for software error detection // IEEE Trans. Reliab. – 1983, 32. – № 5. – P. 475–478, 484.

76. *Littlwood B.* Software reliability model for modular program structure // IEEE Trans. Reliab. – 1979. – V. 28. – № 3. – P. 241–248.

77. *Parnas D. L.* Software aspects of strategic defense systems // Communication of the ACM. – 1985. – V.28. – № 12. – P. 1326–1335.

78. *Saaty T. L.* Scaling method for priorities in hierarchical structures // J. mathem. psychology. – 1977. – V.15. – № 3. – P. 234–281.

79. *Schatzberg D. R.* Tools for C^2 software uliability analysis // IEEE Trans. Syst., Man and Cybern. – 1986. – V. 16. – № 6. – P. 890–900.

80. *Shooman M. L.* Operational Testing and Software Reliability Estimation During Program Development, Record // IEEE Symposium on Computer Software Reliability. – 1973, April 3 – May 2. – Catalog № 73, CHO741-9CSR. – P. 51–57.

81. *Volkenstein M.V., Chernavskii D.S.* Evolution Value of Information / In: “Self-Organization”. Proc. Int. Symp. Pushkino, USSR, 1983. Ed. V.I. Krinsky, Springer–Verlag, 1984. – P. 131–147.